

## Cvičení 4

**Příklad 1:** Uvažujme následující bezkontextovou gramatiku:

$$\begin{aligned} S &\longrightarrow aBb \mid AB \\ A &\longrightarrow bAb \mid a \\ B &\longrightarrow \varepsilon \mid aABb \end{aligned}$$

- Uveďte (nějakou) derivaci slova  $babaab$  v této gramatice.
- Nakreslete příslušný derivační strom.
- Uveďte příslušnou levou a pravou derivaci odpovídající derivačnímu stromu nakreslenému v předchozím bodě.

**Příklad 2:** Vytvořte bezkontextovou gramatiku pro každý z následujících jazyků:

- $L_1 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid w \text{ obsahuje podslovo } babb\}$
- $L_2 = \{0^n 1^m \mid 1 \leq n < m\}$
- $L_3 = \{a^n b^m a^{n+2} \mid m, n \in \mathbb{N}\}$
- $L_4 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w = w^R\}$
- $L_5 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_0 > 1, |w|_1 \leq 2\}$
- $L_6 = \{0^n w w^R 1^n \mid w \in \{0, 1\}^*, n \in \mathbb{N}\}$
- $L_7 = \{w \in \{a, b\}^* \mid \text{ve } w \text{ je každé } a \text{ bezprostředně následováno } b \text{ nebo } w = b^n a^m, \text{ kde } 0 \leq m \leq n\}$
- $L_8 = \{uv^Rv \mid u, v \in \{0, 1\}^*, |u|_0 \bmod 4 = 2, u \text{ končí sufixem } 101 \text{ a } v \text{ obsahuje podslovo } 10\}$
- $L_9 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R, |w| \bmod 4 = 0\}$
- $L_{10} = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R, |w| \bmod 3 = 0\}$
- $L_{11} = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \text{za každým úsekem znaků } a \text{ bezprostředně následuje dvakrát delší úsek znaků } b\}$
- $L_{12} = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_0 = |w|_1\}$

**Příklad 3:** Pro následující dvojice gramatik určete, zda obě gramatiky generují tentýž jazyk. Vaše odpovědi zdůvodněte.

- $S \longrightarrow aaSbb \mid ab \mid aabb$ 
 $S \longrightarrow aSb \mid ab$
- $S \longrightarrow aaSbb \mid ab \mid \varepsilon$ 
 $S \longrightarrow aSb \mid ab$
- $S \longrightarrow aaSb \mid ab \mid \varepsilon$ 
 $S \longrightarrow aSb \mid aab \mid \varepsilon$

**Příklad 4:** Navrhněte bezkontextovou gramatiku pro jazyk  $L$  nad abecedou  $\Sigma = \{ (, ), [, ] \}$  tvořený všemi „dobře uzávorkovanými“ výrazy. Dobře uzávorkovaným výrazem se myslí taková sekvence znaků, kde každé levé závorce odpovídá právě jedna příslušná pravá závorka

stejného typu, a kde se závorky „nekříží“ (tj. odpovídající si páry závorek jsou do sebe správně zanořeny).

**Příklad 5:** Je následující gramatika jednoznačná?

$$\begin{aligned} E &\longrightarrow E + E \mid F \\ F &\longrightarrow (E) \mid F \times F \mid a \end{aligned}$$

**Příklad 6:** Navrhněte syntaxi pro zápis jednoduchých aritmetických výrazů pomocí slov nad abecedou

$$\Sigma = \{A, B, \dots, Z, a, b, \dots, z, 0, 1, \dots, 9, ., +, -, *, /, (, )\}.$$

a popište vámi navrženou syntaxi bezkontextovou gramatikou.

**Příklad 7:** Napište bezkontextovou gramatiku generující množinu všech dobře vytvořených formulí výrokové logiky. Jako množinu atomických výroků uvažujte množinu  $At = \{x_0, x_1, x_2, \dots\}$ , kde jednotlivé proměnné můžete zapisovat jako  $x_0, x_1, x_2, \dots$ .

- Zjistěte, zda je vámi vytvořená gramatika jednoznačná.
- Pokud gramatika jednoznačná není, upravte ji tak, aby jednoznačná byla.
- Upravte gramatiku tak, aby byla jednoznačná a aby struktura vytvořeného derivačního stromu pro libovolnou derivaci slova v této gramatice odpovídala skutečné prioritě logických spojek, tj.  $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$  (od největší po nejmenší).