

## Cvičení 1

**Příklad 1:** Pro každý z následujících jazyků uveďte nějakých 5 slov, která do něj patří, a nějakých 5 slov, která do něj nepatří.

- $L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \text{délka slova } w \text{ je menší než } 5\}$
- $L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid \text{počet výskytů symbolu } b \text{ ve slově } w \text{ je sudý}\}$
- $L_3 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \text{ve } w \text{ je každá } 0 \text{ (přímo) následována } 1\}$
- $L_4 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ začíná a končí stejným symbolem}\}$
- $L_5 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ obsahuje jako podslovo sekvenci } abb\}$

**Příklad 2:** Předpokládejme, že  $\Sigma = \{a, b\}$  a  $n \in \mathbb{N}$ .

- Kolik existuje slov ze  $\Sigma^*$  délky  $n$ ?
- Kolik existuje slov ze  $\Sigma^*$  délky nejvýše  $n$ ?

**Příklad 3:** Uvažujme následující jazyky:

$$L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \text{ve } w \text{ je každá } 0 \text{ (přímo) následována } 1\}$$
$$L_2 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w = w^R\}$$

- Vyjmenujte prvních 5 slov z každého z jazyků  $L_1, L_2$  (nejmenších vzhledem k uspořádání  $<_L$ ).
- Vyjmenujte prvních 5 slov z každého z jazyků  $\overline{L_1}, \overline{L_2}$ .
- Vyjmenujte prvních 5 slov z jazyka  $L_1 \cap L_2$ .
- Vyjmenujte prvních 5 slov z jazyka  $L_1 \cup L_2$ .

**Příklad 4:** Pro každou z následujících dvojic jazyků  $L_1$  a  $L_2$  vypište všechna slova ve zřetězení těchto jazyků, tj. v jazyce  $L_1 \cdot L_2$ :

- $L_1 = \{\varepsilon, abb, bba\}, L_2 = \{a, b, abba\}$
- $L_1 = \{0, 001, 111\}, L_2 = \{\varepsilon, 01, 0101\}$
- $L_1 = \{aa, aaaa, aaaaa, aaaaaa\}, L_2 = \{aa, aaa\}$
- $L_1 = \emptyset, L_2 = \{011, 1111, 010101\}$
- $L_1 = \{\varepsilon, a, ba, baa\}, L_2 = \{\varepsilon\}$

**Příklad 5:** Uvažujme jazyky nad abecedou  $\{0, 1\}$ . Popište (slovně) jazyk vzniklý iterací  $\{00, 111\}^*$  a vyjmenujte prvních 10 slov z tohoto jazyka.

**Příklad 6:** Uvažujme následující jazyky:

$$L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_1 \leq 1\}$$

$$L_2 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w = w^R\}$$

Popište, jak vypadají slova v jazyce  $L_1 \cap L_2$ .

**Příklad 7:** Určete, která z následujících tvrzení obecně platí pro jakékoli jazyky. V případě, že dané tvrzení obecně platí, zdůvodněte, proč tomu tak je. V případě, že neplatí, uveďte konkrétní příklady jazyků, pro které dané tvrzení neplatí:

- a)  $L_1 \cdot L_2 = L_2 \cdot L_1$
- b)  $L_1 \cdot (L_2 \cdot L_3) = (L_1 \cdot L_2) \cdot L_3$
- c)  $L_1 \cdot (L_2 \cup L_3) = L_1 \cdot L_2 \cup L_1 \cdot L_3$
- d)  $L_1 \cdot (L_2 \cap L_3) = L_1 \cdot L_2 \cap L_1 \cdot L_3$
- e)  $(L_1 \cup L_2)^* = L_1^* \cup L_2^*$

**Příklad 8:** Popište alespoň 5 různých uspořádání na množině všech slov nad abecedou  $\{0, 1\}$ . U každého z nich ukažte, že jde skutečně o uspořádání, tj. reflexivní, tranzitivní a antisymetrickou relaci v případě neostrého uspořádání nebo tranzitivní a asymetrickou relaci v případě ostrého uspořádání, a dále pak detailně popište vlastnosti daného uspořádání (např. zda jde o úplné nebo částečné uspořádání, zda existuje nejmenší nebo největší prvek, jaké prvky jsou minimální nebo maximální, zda v daném uspořádání existují nekonečné klesající nebo nekonečné rostoucí posloupnosti apod.)