

# Složitost algoritmů v průměrném případě

# Složitost algoritmů v průměrném případě

Dosud jsme uvažovali výpočetní složitost algoritmů v **nejhorším** případě.

Připomeňme, že například **časová složitost algoritmu v nejhorším případě** je funkce, která přiřazuje každé možné velikosti vstupu  $n$  maximální dobu výpočtu  $T(n)$  nad vstupy velikosti  $n$ .

Tj. hodnota  $T(n)$  musí pro každé  $n$  splňovat následující:

- pro každý vstup velikosti  $n$  je doba výpočtu menší nebo rovna  $T(n)$ .
- existuje alespoň jeden vstup velikosti  $n$ , pro který je doba výpočtu rovna  $T(n)$ .

Pro řadu vstupů velikosti  $n$  však může být skutečná doba výpočtu mnohem menší než  $T(n)$ .

# Složitost algoritmů v průměrném případě

Můžeme si představit, že bychom daný algoritmus:

- opakovaně pouštěli na velkém množství různých vstupů velikosti  $n$
- spočítali **průměrnou dobu výpočtu** při těchto pokusech
  - tj. sečetli doby všech výpočtů a podělili tento součet jejich počtem.

**Časovou složitost v průměrném případě** je možné neformálně popsat takto:

- Je to funkce, která velikosti vstupu  $n$  přiřazuje hodnotu, ke které se bude blížit průměrná doba výpočtu na vstupech velikosti  $n$  s tím, jak poroste počet vstupů, na kterých budeme algoritmus pouštět.

## Poznámka:

Abychom mohli tento pojem zavést formálně, je vhodné si nejprve připomenout některé základní pojmy z **teorie pravděpodobnosti**.

# Teorie pravděpodobnosti

Základní představa při zkoumání **pravděpodobnosti** je taková, že opakovaně provádíme pokusy, kdy výsledek každého pokusu je hodnota z nějaké předem dané množiny  $S$ .

## Příklady:

- Háže se kostkou: množina  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  udává možné počty teček, které mohou na kostce padnout
- Náhodně taháme kartu z balíčku karet: každá karta je dána svou hodnotou (z množiny  $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K, A\}$ ) a svou barvou (z množiny  $\{\spadesuit, \heartsuit, \clubsuit, \diamondsuit\}$ )  
množina  $S$  je množina všech druhů karet — typickým příkladem prvku z této množiny je např. pikové eso ( $A\spadesuit$ )

**Poznámka:** Odborným termínem se tato množina  $S$  reprezentující možné výsledky náhodných pokusů označuje jako **prostor elementárních jevů** či **výběrový prostor**.

Tato množina  $S$  může být i složitější.

## Příklady:

- Háže se dvojicí kostek:  
 $S$  bude množina všech uspořádaných dvojic čísel z intervalu  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  — velikost množiny  $S$  bude tedy 36
- Z balíčku karet se náhodně tahá 5 karet:  
množina  $S$  je tvořena všemi možnými pěticemi karet, které je možné si z balíčku náhodně vytáhnout

Obecně může být množina  $S$  i nekonečná. My se zde ale nejprve zaměříme na jednodušší případy, kdy je množina  $S$  konečná.

- V případě zkoumání složitosti algoritmů bude množina  $S$  nejčastěji tvořena množinou všech možných vstupů velikosti  $n$  pro dané fixní  $n$ .

# Teorie pravděpodobnosti

Základní představa je taková, že:

- pokusy provádíme mnohokrát opakovaně
- výsledek žádného konkrétního pokusu není možné předvídat — v tomto smyslu jsou výsledky jednotlivých pokusů **náhodné**
- pokusy jsou vzájemně **nezávislé** — tj. výsledky předchozích pokusů nijak neovlivňují výsledek následujícího pokusu

# Teorie pravděpodobnosti

- Přestože o konkrétních výsledcích jednotlivých pokusů nemůžeme předem nic říct, předpokládáme, že se výsledky pokusů chovají určitým předvidatelným způsobem ze **statistického hlediska**:

Řekněme, že budeme sledovat, jak často vychází určitý konkrétní výsledek (např. že na kostce padlo číslo 3, nebo že jsme si vytáhli z balíčku karet pikové eso (A♦), apod.).

Předpokládáme, že s rostoucím počtem pokusů bude poměr

$$\frac{\text{kolikrát vyšel daný konkrétní výsledek}}{\text{celkový počet provedených pokusů}}$$

stále více a více konvergovat k nějakému jednomu konkrétnímu reálnému číslu.

Navíc předpokládáme, že toto číslo, ke kterému bude daný poměr konvergovat, bude pro jakoukoli posloupnost náhodných pokusů vždy stejné.

# Teorie pravděpodobnosti

Jako **náhodný jev** se označuje nějaká libovolná podmnožina  $A$  množiny  $S$  (tj.  $A \subseteq S$ ).

U každého jednotlivého pokusu pak daný náhodný jev  $A$  bud' :

- **nastal** — tj. pro výsledek pokusu  $s$  (kde  $s \in S$ ) platí  $s \in A$ , nebo
- **nenastal** — tj. pro výsledek pokusu  $s$  platí  $s \notin A$

## Příklady:

- Hážeme kostkou:  
 $A$  je náhodný jev „*padlo číslo větší než 2*“, tj.  $A = \{3, 4, 5, 6\}$
- Taháme karty z balíčku:  
 $A$  je náhodný jev „*vytáhl jsme si eso*“  
 $B$  je náhodný jev „*vytáhl jsme si nějakou pikovou kartu*“

# Teorie pravděpodobnosti

Vezměme si nějaký náhodný jev  $A$  (kde  $A \subseteq S$ ) a provádějme nějaké delší a delší (ale pořád jen konečné) posloupnosti pokusů.

Předpokládáme, že poměr

$$\frac{\text{kolikrát nastal jev } A}{\text{celkový počet provedených pokusů}}$$

bude s rostoucím počtem pokusů konvergovat k nějakému vždy stejnemu reálnému číslu.

Toto číslo, ke kterému daný poměr konverguje, se označuje jako **pravděpodobnost** náhodného jevu  $A$ .

Budeme ji označovat zápisem

$$\Pr\{A\}$$

Je to vždy reálné číslo v intervalu  $[0, 1]$ .

# Teorie pravděpodobnosti

Z formálního matematického hlediska je **pravděpodobnost**  $\Pr$  funkce, která přiřazuje náhodným jevům na množině  $S$  čísla z intervalu  $[0, 1]$ .

Označme množinu všech náhodných jevů na množině  $S$  symbolem  $\mathcal{F}$ :

- V případě **konečných** množin  $S$  budeme brát množinu náhodných jevů jako množinu všech podmnožin množiny  $S$ , tj.  $\mathcal{F} = \mathcal{P}(S)$ .
- V případě **nekonečných** množin (zejména pak v případě nespočetně velkých nekonečných množin) je situace složitější.  
Pravděpodobnost zde obecně nemusí být definována pro každou podmnožinu, ale jen pro některé z nich (tj.  $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{P}(P)$ ).

**Poznámka:** Množina všech náhodných jevů  $\mathcal{F}$  musí splňovat některé podmínky, které si uvedeme později.

# Teorie pravděpodobnosti

Řekněme, že  $S$  je množina všech možných výsledků náhodných pokusů a  $\mathcal{F}$  je množina všech náhodných jevů definovaných na množině  $S$ .

**Rozdělení pravděpodobnosti** (či **pravděpodobnostní rozdělení**) je funkce  $\Pr : \mathcal{F} \rightarrow \mathbb{R}$  splňující následující podmínky:

- Pro libovolný jev  $A$  (kde  $A \in \mathcal{F}$ ) platí  $\Pr\{A\} \geq 0$ .
- $\Pr\{S\} = 1$
- Pro každé dva vzájemně se vylučující jevy  $A$  a  $B$  (tj. jevy, kde  $A \cap B = \emptyset$ ) platí

$$\Pr\{A \cup B\} = \Pr\{A\} + \Pr\{B\}$$

a obecně pro jakoukoli posloupnost vzájemně se vylučujících jevů  $A_0, A_1, A_2, \dots$  (která může být konečná nebo spočetně nekonečná) platí

$$\Pr\left\{\bigcup_i A_i\right\} = \sum_i \Pr\{A_i\}$$

# Teorie pravděpodobnosti

Z definice rozdělení pravděpodobnosti  $\text{Pr}$  plynou některé jednoduché důsledky:

- $\text{Pr}\{\emptyset\} = 0$
- Náhodný jev  $\bar{A} = S - A$  se označuje jako **opačný** jev k jevu  $A$ .  
Platí

$$\text{Pr}\{\bar{A}\} = 1 - \text{Pr}\{A\}$$

- Pro libovolné dva jevy  $A$  a  $B$  (ne nutně se vzájemně vylučující) platí:

$$\text{Pr}\{A \cup B\} = \text{Pr}\{A\} + \text{Pr}\{B\} - \text{Pr}\{A \cap B\}$$

# Teorie pravděpodobnosti

V případě nekonečných množin nemusí být obecně pravděpodobnost definována pro všechny podmnožiny množiny  $S$ , ale jen pro některé z nich.

Množina  $\mathcal{F}$  všech podmnožin, pro které je pravděpodobnost definována, musí splňovat následující podmínky:

- $S \in \mathcal{F}$
- Pokud  $A \in \mathcal{F}$ , pak i  $(S - A) \in \mathcal{F}$ .
- Pro každou konečnou či nekonečnou spočetnou posloupnost  $A_0, A_1, A_2, \dots$  podmnožin množiny  $S$  patřících do množiny  $\mathcal{F}$  patří do  $\mathcal{F}$  i jejich sjednocení

$$A = A_0 \cup A_1 \cup A_2 \cup \dots$$

**Poznámka:** Systém podmnožin  $\mathcal{F}$  množiny  $S$  splňující výše uvedené podmínky se označuje jako  **$\sigma$ -algebra**.

Náhodný jev  $A$  se označuje jako **elementární**, jestliže je příslušná množina jednoprvková, tj.  $A = \{s\}$  pro nějaké  $s \in S$ .

V případě **konečných** množin  $S$  není třeba specifikovat pravděpodobnost pro všechny náhodné jevy (tj. pro všechny množiny  $A$  z  $\mathcal{F}$ ):

- U konečných množin  $S$  stačí stanovit pravděpodobnosti elementárních jevů.
- Na základě pravděpodobností elementárních jevů jsou pak určeny pravděpodobnosti všech jevů  $A$ , kde  $A \subseteq S$ .

Rozdělení pravděpodobnosti na konečné množině  $S$  může být popsáno jako funkce

$$p : S \rightarrow \mathbb{R}$$

přiřazující pravděpodobnosti jednotlivým prvkům množiny  $S$ , která splňuje dvě následující podmínky:

- Pro každé  $s \in S$  platí  $p(s) \geq 0$ .
- Součet všech pravděpodobností jednotlivých prvků množiny  $S$  je roven 1:

$$\sum_{s \in S} p(s) = 1$$

# Teorie pravděpodobnosti

Pravděpodobnosti všech jevů (tj. všech podmnožin  $A$  množiny  $S$ ) jsou pak určeny následovně:

$$\Pr\{A\} = \sum_{s \in A} p(s)$$

Jako speciální případ se často se uvažuje **rovnoměrné rozdělení pravděpodobnosti**, kde pro každé  $s \in S$  platí

$$p(s) = \frac{1}{|S|}$$

Pro každý jev  $A$  (kde  $A \subseteq S$ ) pak platí

$$\Pr\{A\} = \frac{|A|}{|S|}$$

- **Podmíněná pravděpodobnost** jevu  $A$  za podmínky, že nastal jev  $B$ , je definována

$$\Pr\{A | B\} = \frac{\Pr\{A \cap B\}}{\Pr\{B\}}$$

kde předpokládáme  $\Pr\{B\} \neq 0$ .

- Jevy  $A$  a  $B$  jsou **nezávislé**, jestliže platí

$$\Pr\{A \cap B\} = \Pr\{A\} \cdot \Pr\{B\}$$

Za předpokladu, že  $\Pr\{B\} \neq 0$ , to platí právě tehdy, když

$$\Pr\{A | B\} = \Pr\{A\}$$

# Teorie pravděpodobnosti

Často je třeba pracovat nejen s náhodnými jevy a jejich pravděpodobností, ale také s nějakými číselnými hodnotami, které jsou nějakým konkrétním způsobem přiřazeny jednotlivým možným výsledkům náhodných pokusů.

K tomuto účelu slouží tzv. **náhodné proměnné** (používá se též pojem **náhodné veličiny**):

- Formálně je náhodná proměnná  $X$  definována jako funkce

$$X : S \rightarrow \mathbb{R}$$

Pro jednoduchost budeme uvažovat náhodné proměnné pouze pro **konečné** množiny  $S$ .

Obecně je možné definovat náhodné proměnné pro libovolné množiny  $S$  (i nekonečné nespočetné), situace je tam ale technicky komplikovanější.

**Poznámka:** Hodnoty náhodné proměnné nemají nic společného s pravděpodobností, mohou to být zcela libovolná čísla.

**Příklad:** Předpokládejme, že hážeme dvojicí kostek.

Můžeme definovat následující tři náhodné proměnné  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ :

- hodnota náhodné proměnné  $X$  je dána jako **součet** hodnot, které padly na obou kostkách
- hodnota náhodné proměnné  $Y$  je dána jako **součin** hodnot, které padly na obou kostkách
- hodnota náhodné proměnné  $Z$  je dána jako **maximum** z hodnot, které padly na obou kostkách

# Teorie pravděpodobnosti

Pravděpodobnost toho, že daná náhodná proměnná  $X$  nabývá konkrétní hodnoty  $x$  (kde  $x \in \mathbb{R}$ ) budeme označovat zápisem

$$\Pr\{X = x\}$$

Platí

$$\Pr\{X = x\} = \sum_{s \in S: X(s) = x} \Pr\{s\}$$

**Poznámka:** Pro konečné množiny  $S$  je tato suma vždy dobře definovaná.

# Teorie pravděpodobnosti

Pro náhodnou proměnnou  $X$  můžeme počítat její **střední hodnotu** — označuje se zápisem  $E[X]$ :

- Intuitivně střední hodnota  $E[X]$  odpovídá číslu, ke kterému bude konvergovat **aritmetický průměr** hodnot, jakých nabývá náhodná proměnná  $X$  s tím, jak bude narůstat počet prováděných náhodných pokusů.
- Hodnotu  $E[X]$  je možno spočítat následujícím způsobem:

$$E[X] = \sum_{x \in \mathbb{R}} x \cdot \Pr\{X = x\}$$

**Poznámka:** V případě konečné množiny  $S$  je tato suma vždy dobře definovaná, protože  $\Pr\{X = x\}$  může mít nenulovou hodnotu jen pro konečně mnoho hodnot  $x$ .

- Jednou z důležitých vlastností střední hodnoty, kterou je možné snadno odvodit z její definice, je **linearita součtu středních hodnot**:

$$E[X + Y] = E[X] + E[Y]$$

Toto je možné rozšířit i na libovolné sumy.

- Náhodné proměnné  $X$  a  $Y$  jsou **nezávislé**, jestliže pro každé  $x$  a  $y$  platí, že náhodné jevy  $X = x$  a  $Y = y$  jsou nezávislé, tj. pokud pro každé  $x, y \in \mathbb{R}$  platí

$$\Pr\{X = x \text{ a } Y = y\} = \Pr\{X = x\} \cdot \Pr\{Y = y\}$$

Pokud jsou náhodné proměnné  $X$  a  $Y$  nezávislé a jejich střední hodnoty jsou definovány, tak platí

$$E[X \cdot Y] = E[X] \cdot E[Y]$$

- Pokud na náhodnou proměnnou aplikujeme libovolnou konvexní funkci  $f(x)$ , bude platit následující nerovnost označovaná jako **Jensenova nerovnost**:

$$E[f(X)] \geq f(E[X])$$

## Poznámka:

Funkce  $f(x)$  je **konvexní** jestliže pro každé  $x$  a  $y$  a pro každé  $\lambda$  takové, že  $0 \leq \lambda \leq 1$ , platí

$$f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y)$$

# Složitost algoritmů v průměrném případě

Vraťme se nyní k pojmu **časové složitosti v průměrném případě**.

Chceme nadefinovat hodnotu funkce  $T(n)$ , která bude udávat časovou složitost nějakého daného algoritmu  $\mathcal{A}$  v průměrném případě:

- Pro dané  $n \in \mathbb{N}$  zvolíme množinu  $S$  jako množinu všech vstupů velikosti  $n$ , tj.

$$S = \{w \in I^n \mid \text{size}(w) = n\}$$

- Budeme pro jednoduchost předpokládat, že množina  $S$  je konečná.
- Musí být určeno nějaké **rozdělení pravděpodobnosti**  $p : S \rightarrow \mathbb{R}$ .  
(Nejčastěji budeme uvažovat rovnoměrné rozdělení pravděpodobnosti.)

# Složitost algoritmů v průměrném případě

- Definujme náhodnou proměnnou  $X$ , která bude každému vstupu  $w \in S$  přiřazovat **dobu výpočtu** algoritmu  $\mathcal{A}$  nad vstupem  $w$ .
- Časovou složitost** algoritmu  $\mathcal{A}$  v **průměrném případě** pak můžeme pro dané  $n$  definovat jako **střední hodnotu** doby výpočtu nad vstupy velikosti  $n$  vybíranými náhodně podle daného rozdělení pravděpodobnosti  $p$ , tj.

$$T(n) = E[X]$$

# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

Pokusme se analyzovat časovou složitost v průměrném případě pro následující algoritmus:

---

**Algoritmus:** Třídění přímým vkládáním

---

**INSERTION-SORT** ( $A, n$ ):

```
for  $j := 1$  to  $n - 1$  do
     $x := A[j]$ 
     $i := j - 1$ 
    while  $i \geq 0$  and  $A[i] > x$  do
         $A[i + 1] := A[i]$ 
         $i := i - 1$ 
     $A[i + 1] := x$ 
```

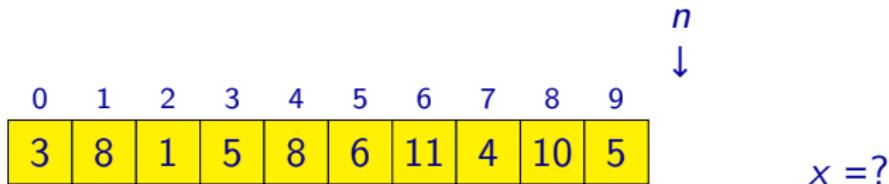
---

Tj. chceme najít funkci  $T(n)$  takovou, že časová složitost algoritmu **INSERTION-SORT** v průměrném případě je v  $\Theta(T(n))$ .

# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

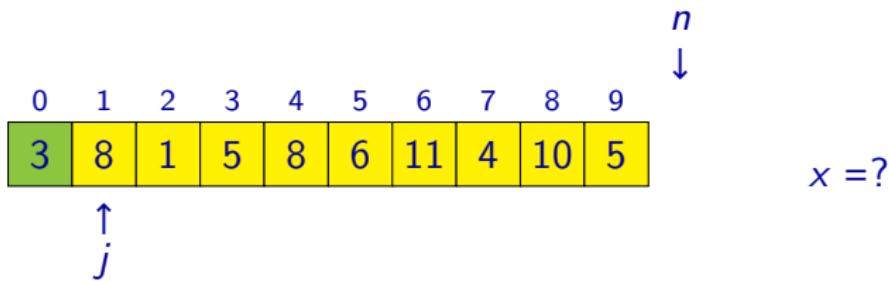
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

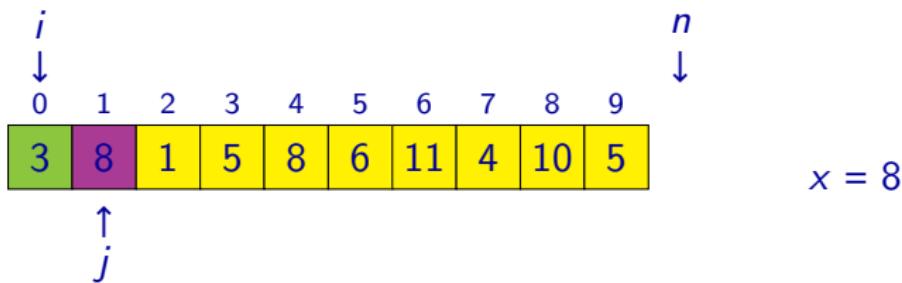
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

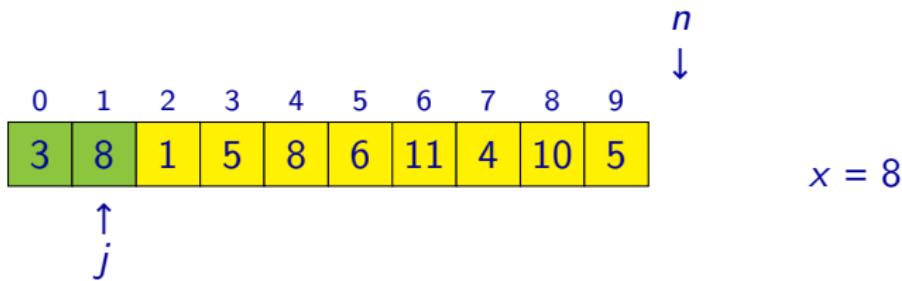
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

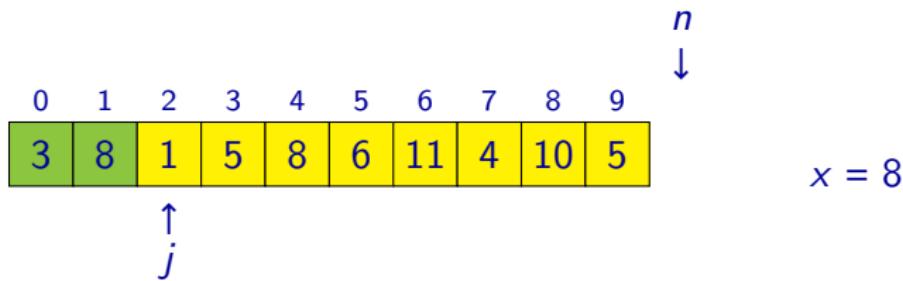
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

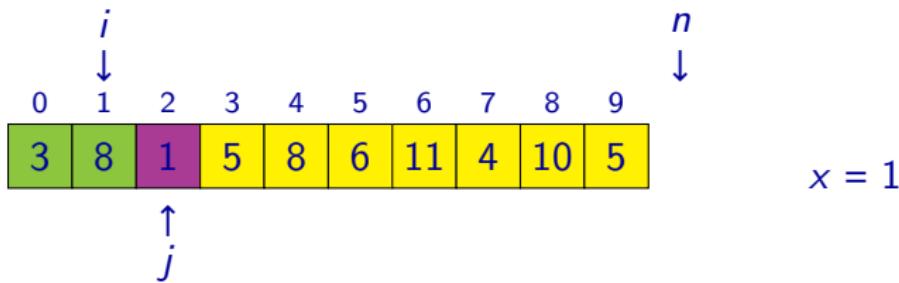
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

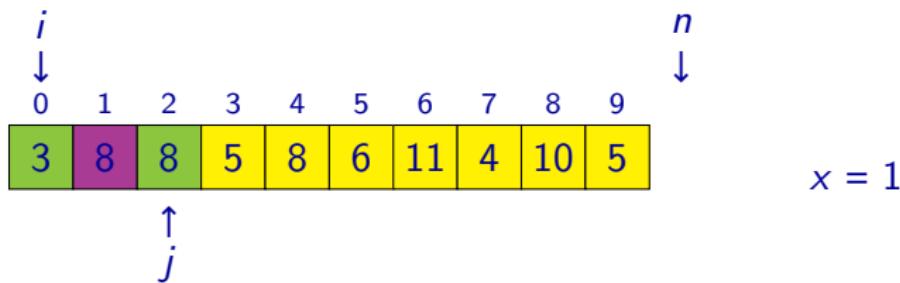
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

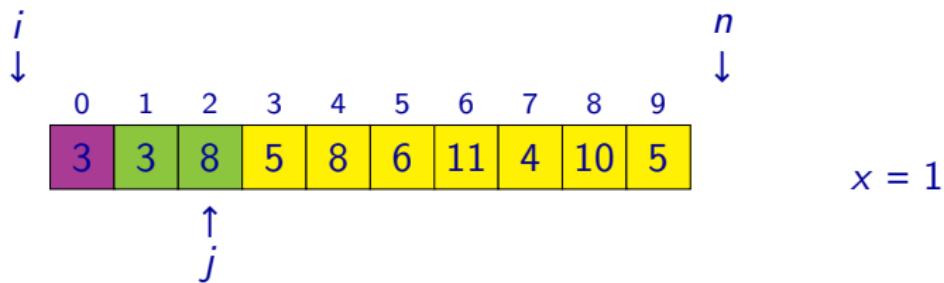
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

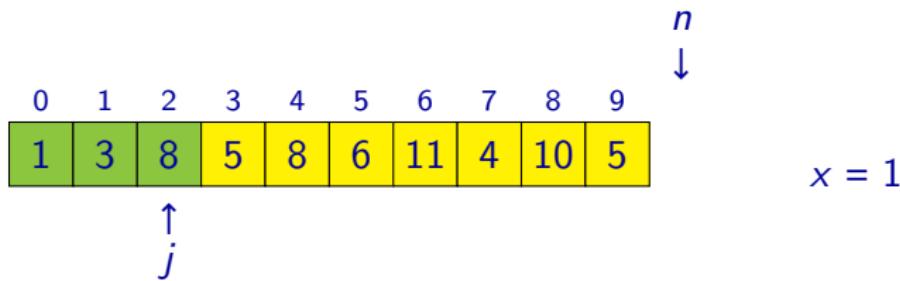
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

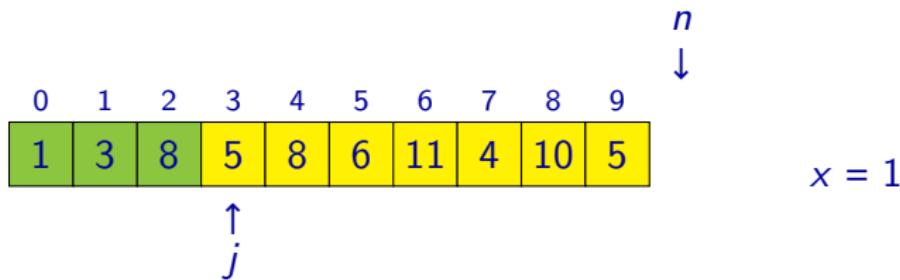
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

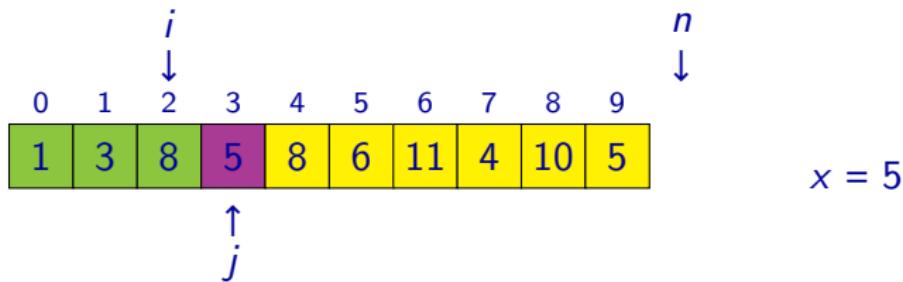
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

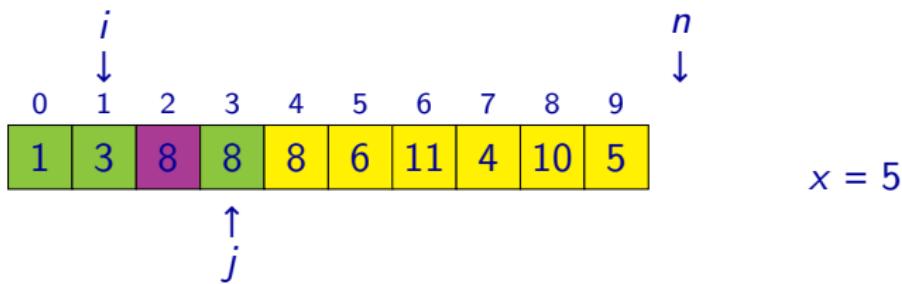
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

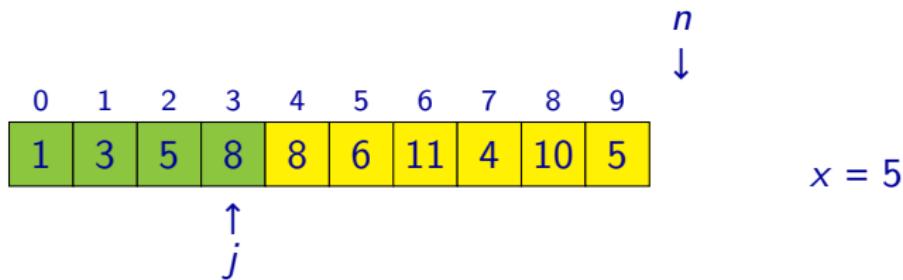
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

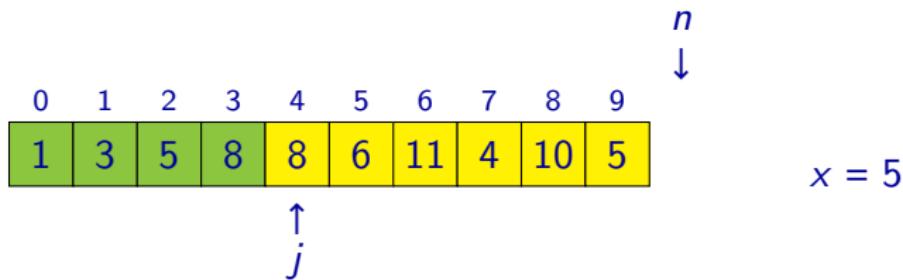
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

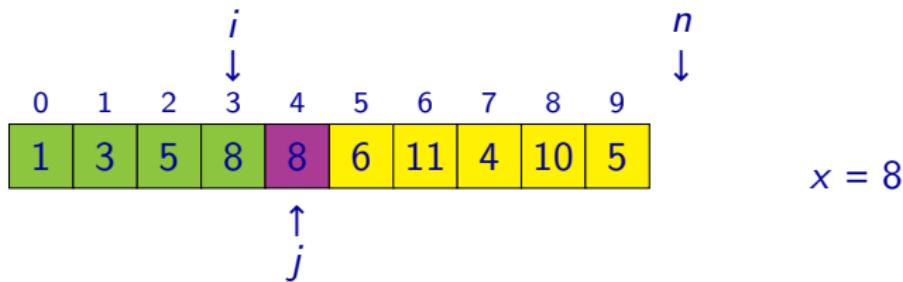
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

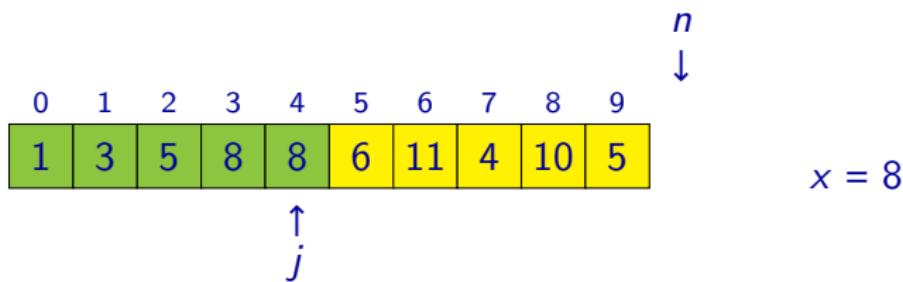
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

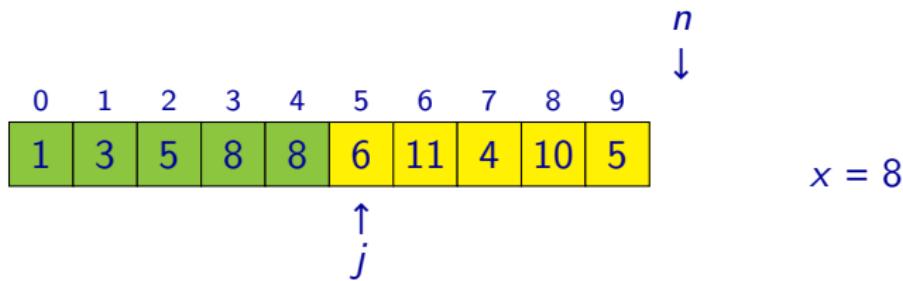
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

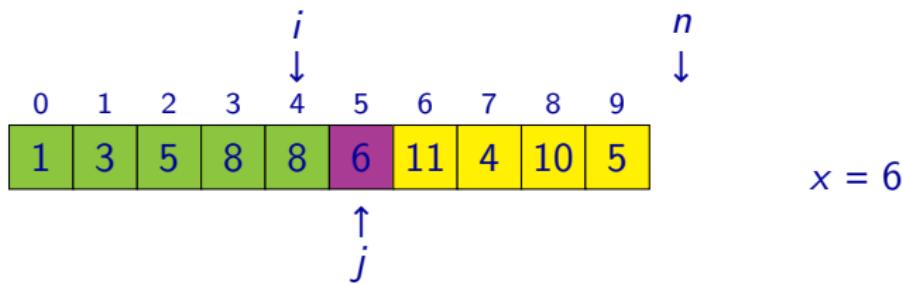
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

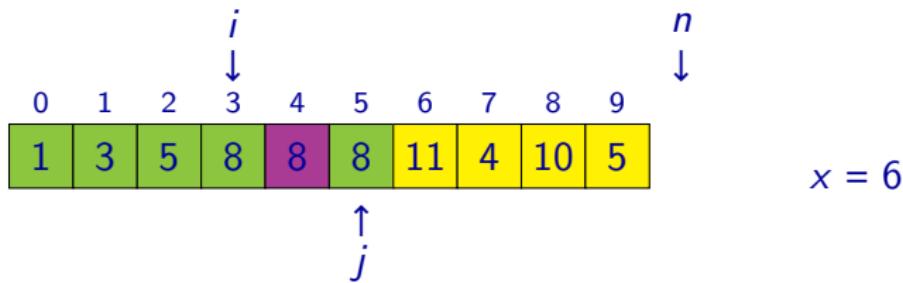
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

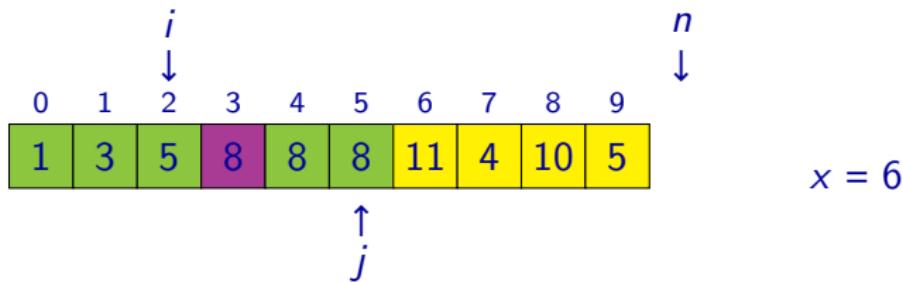
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

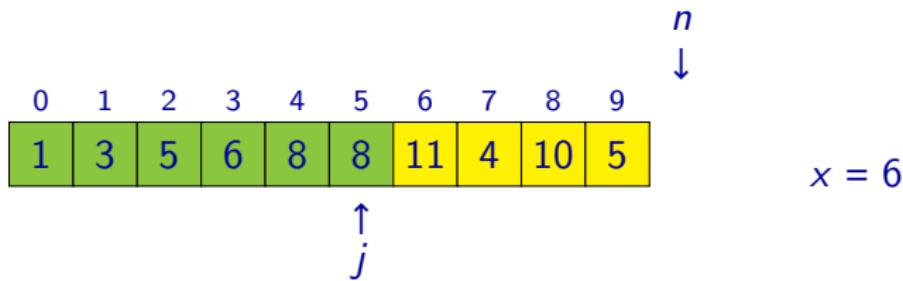
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

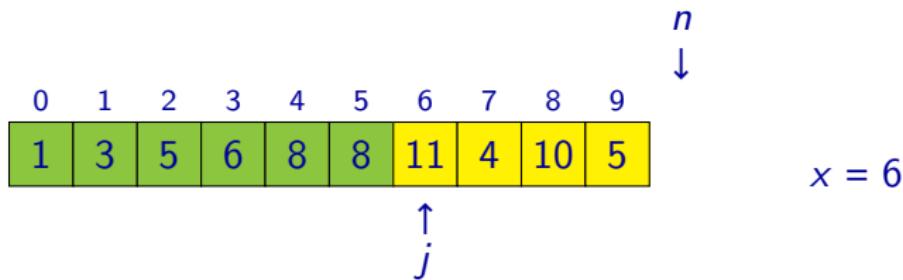
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

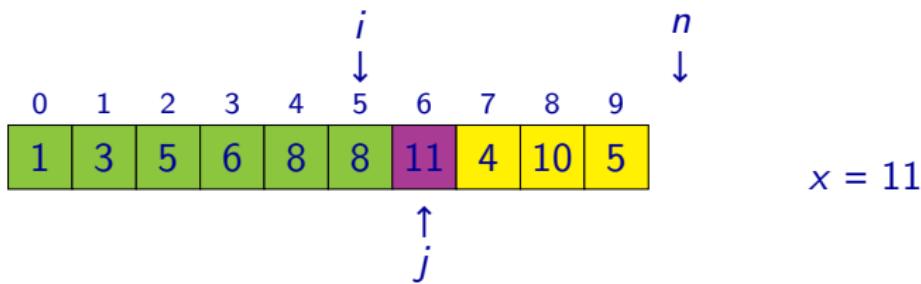
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

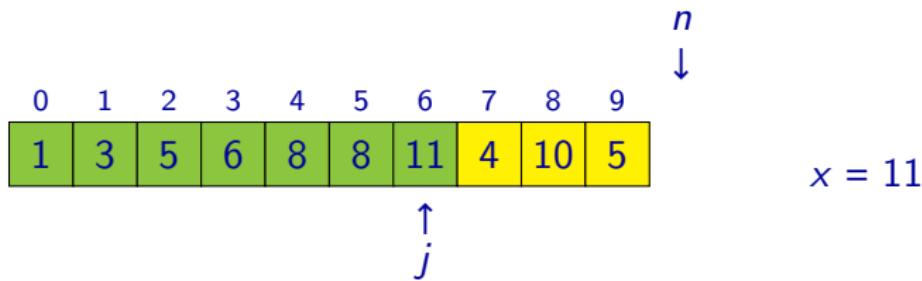
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

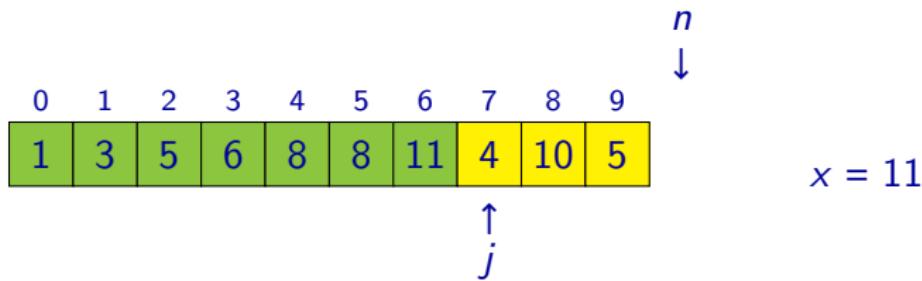
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

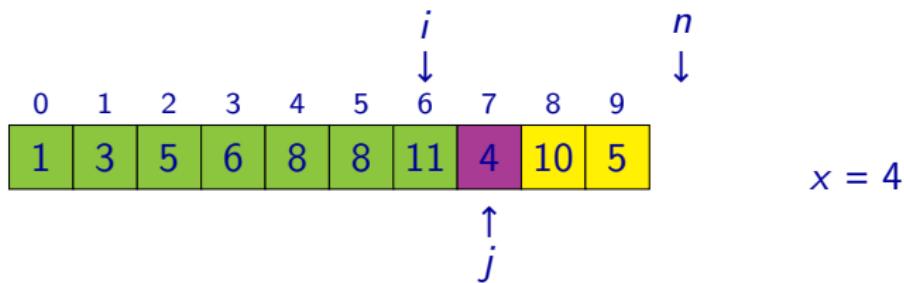
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

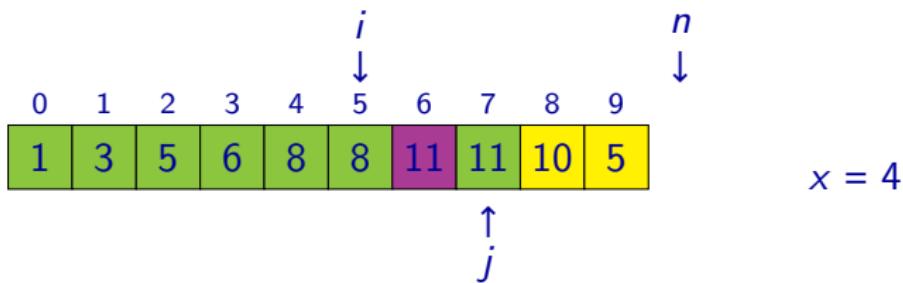
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

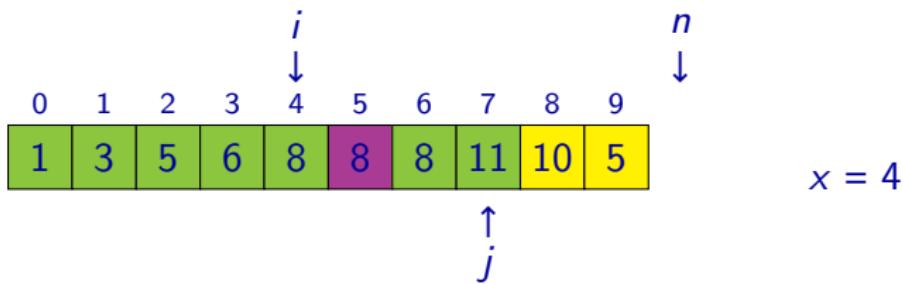
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

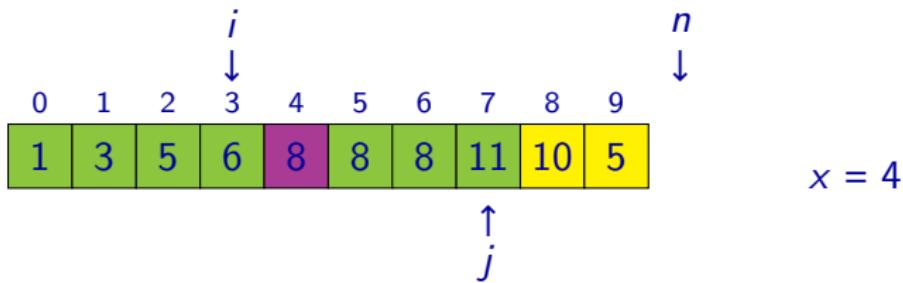
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

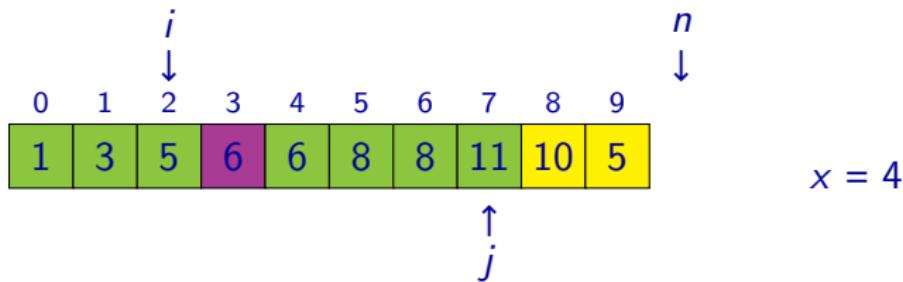
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

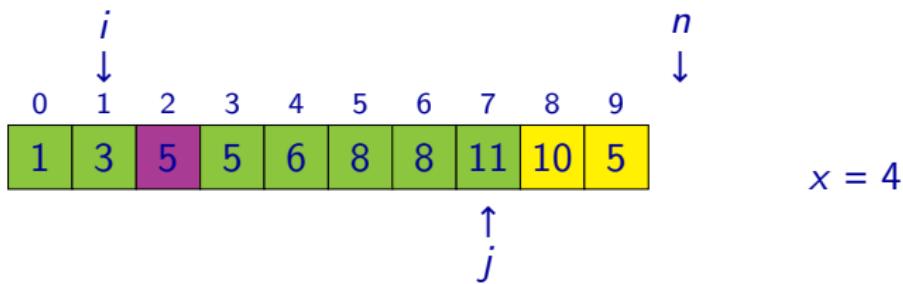
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

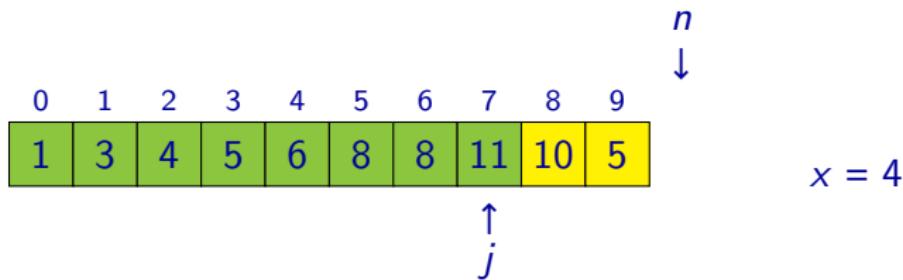
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

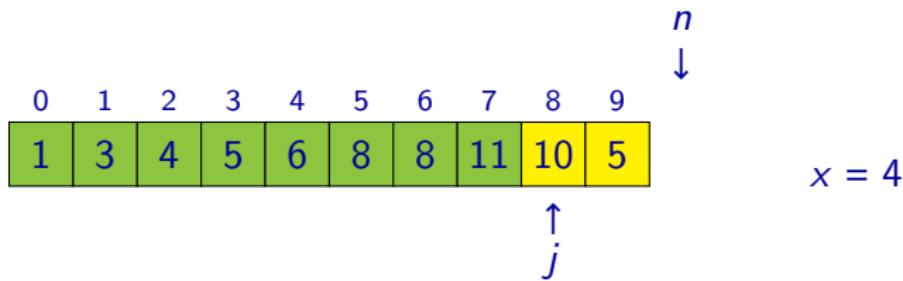
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

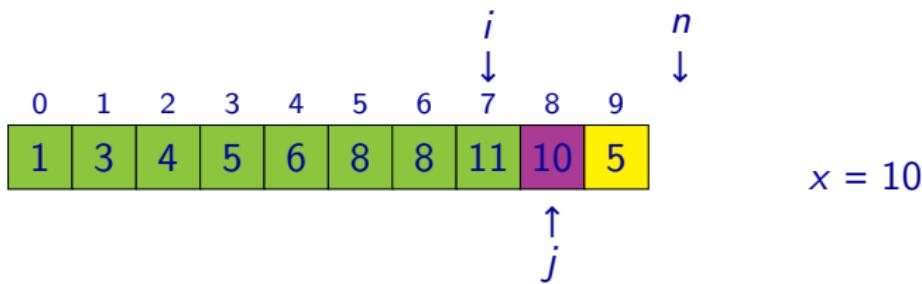
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

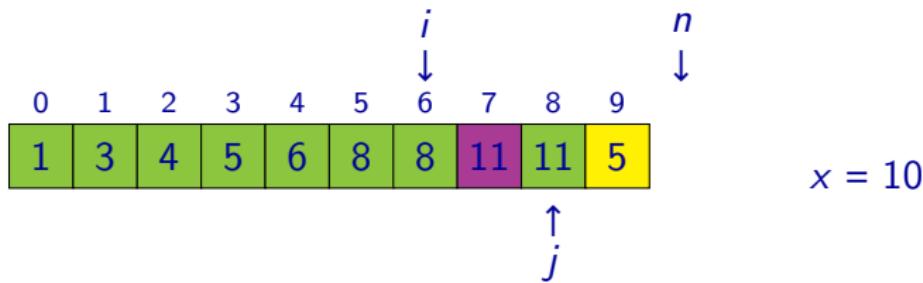
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

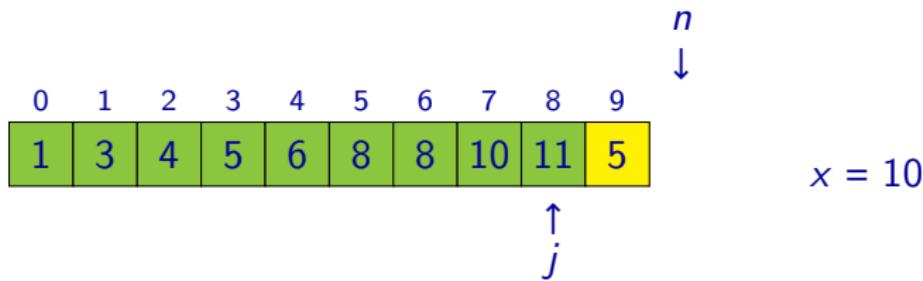
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

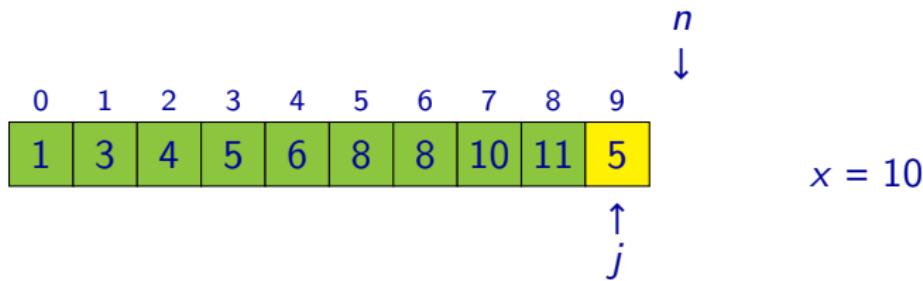
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

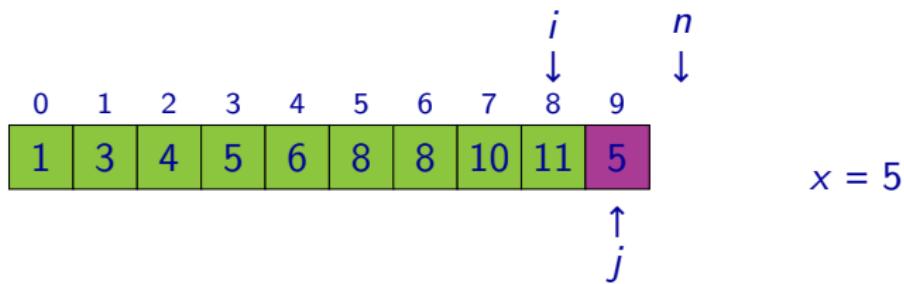
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

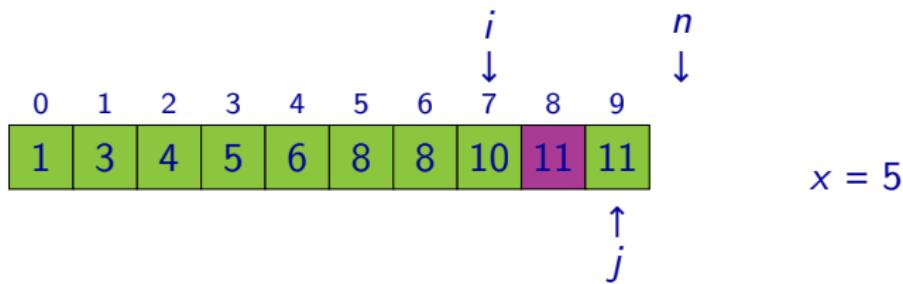
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

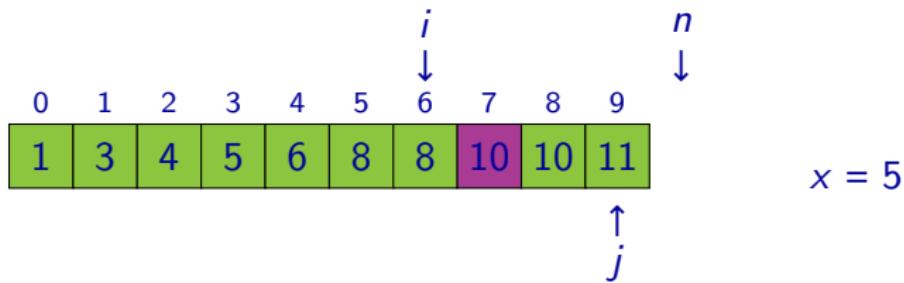
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

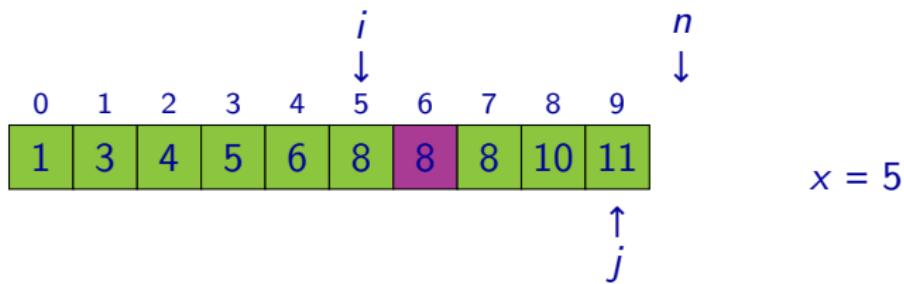
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

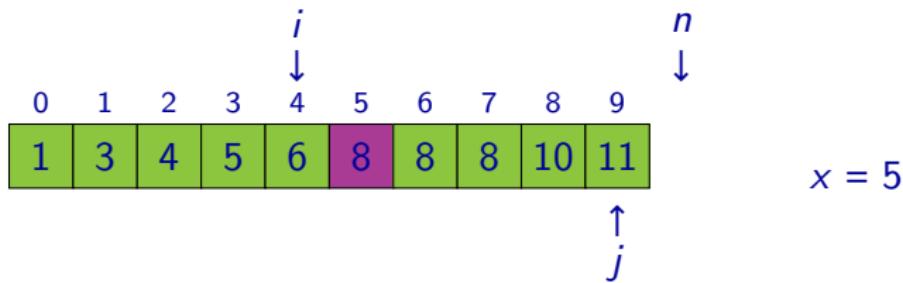
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

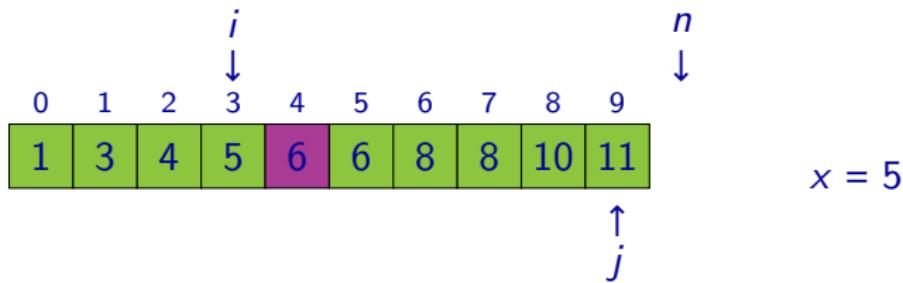
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

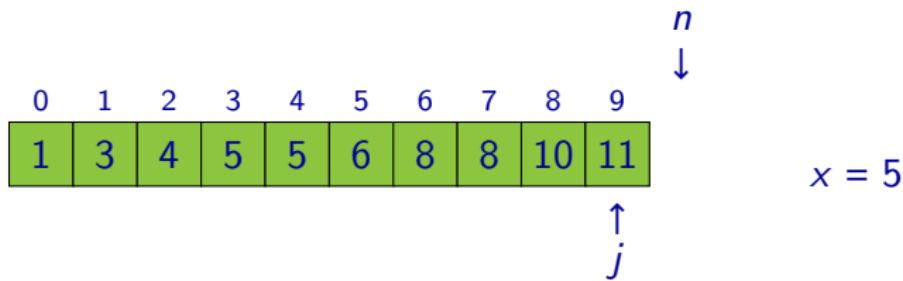
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

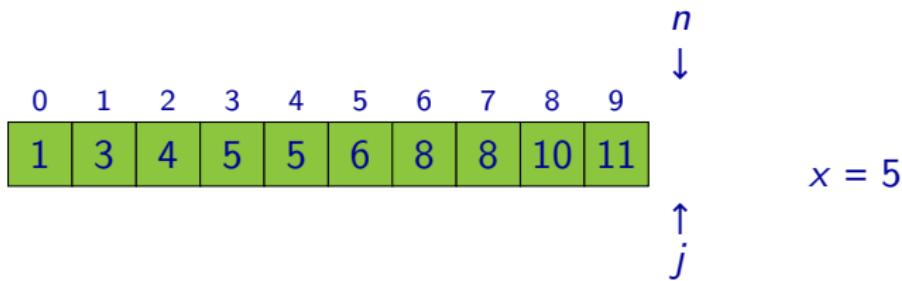
$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Příklad:** Výpočet algoritmu **INSERTION-SORT** pro vstup

$$A = [3, 8, 1, 5, 8, 6, 11, 4, 10, 5], n = 10.$$



# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

---

**Algoritmus:** Třídění přímým vkládáním

---

INSERTION-SORT ( $A, n$ ):

```
for  $j := 1$  to  $n - 1$  do
     $x := A[j]$ 
     $i := j - 1$ 
    while  $i \geq 0$  and  $A[i] > x$  do
         $A[i + 1] := A[i]$ 
         $i := i - 1$ 
     $A[i + 1] := x$ 
```

---

- Je očividné, že čas, který se stráví ve vnější smyčce, bude vždy  $\Theta(n)$ , bez ohledu na to, jak vypadá daný vstup.
- Je tedy jasné, že celková doba výpočtu bude  $\Theta(n + t)$ , kde  $t$  je počet průchodů vnitřním cyklem.

# Složitost algoritmů v průměrném případě — Insertion Sort

- Musíme tedy určit, jaký bude průměrný počet průchodů vnitřním cyklem.
- Již dříve jsme určili maximální počet průchodů vnitřním cyklem:

$$\sum_{j=1}^{n-1} j = \frac{(1 + (n - 1)) \cdot (n - 1)}{2} = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$$

- Je také jasné, že vnitřní cyklus nemusí proběhnout ani jednou.

# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

- Je zřejmé, že chování algoritmu **INSERTION-SORT** z hlediska počtu provedených průchodů vnitřním cyklem nezávisí na konkrétních hodnotách prvků pole  $A$ , ale pouze na jejich relativním pořadí.
- Můžeme tedy předpokládat, že vstupem je libovolná **permutace** nějakých konkrétních prvků

$$a_1, a_2, \dots, a_n$$

- Pro jednoduchost budeme předpokládat, že všechny prvky jsou navzájem **různé**.
- Tím nekonečný počet možných vstupů velikosti  $n$  zredukujeme na konečný počet —  $n!$  různých permutací.
- Budeme předpokládat **rovnoměrné rozdělení pravděpodobnosti** — tj. že všechny permutace jsou stejně pravděpodobné.

# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

**Permutace** prvků určité množiny je jeden možný způsob, jak mohou být tyto prvky uspořádány do posloupnosti.

Například pro prvky **1, 2, 3, 4** jsou všechny jejich permutace:

1 2 3 4	2 1 3 4	3 1 2 4	4 1 2 3
1 2 4 3	2 1 4 3	3 1 4 2	4 1 3 2
1 3 2 4	2 3 1 4	3 2 1 4	4 2 1 3
1 3 4 2	2 3 4 1	3 2 4 1	4 2 3 1
1 4 2 3	2 4 1 3	3 4 1 2	4 3 1 2
1 4 3 2	2 4 3 1	3 4 2 1	4 3 2 1

Celkový počet všech permutací  **$n$**  prvků je  **$n!$** .

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n - 1) \cdot n$$

# Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

Označme:

- $X$  — náhodnou proměnnou udávající celkový počet průchodů vnitřním cyklem
- $X_j$  — náhodnou proměnnou udávající celkový počet průchodů vnitřním cyklem v  $j$ -té iteraci
- Zjevně platí

$$X = \sum_{j=1}^{n-1} X_j$$

- V  $j$ -té iteraci může vnitřní cyklus proběhnout 0-krát, 1-krát, ...,  $j$ -krát. Všechny tyto možnosti jsou stejně pravděpodobné.

$$\mathbb{E}[X_j] = \sum_{i=0}^j \frac{1}{j+1} \cdot i = \frac{1}{j+1} \cdot \sum_{i=0}^j i = \frac{1}{j+1} \cdot \frac{(0+j) \cdot (j+1)}{2} = \frac{j}{2}$$

## Složitost algoritmu v průměrném případě — Insertion Sort

Střední hodnotu celkového počtu průchodů vnitřním cyklem pak můžeme spočítat následovně:

$$\mathbb{E}[X] = \mathbb{E}\left[\sum_{j=1}^{n-1} X_j\right] = \sum_{j=1}^{n-1} \mathbb{E}[X_j] = \sum_{j=1}^{n-1} \frac{j}{2} = \frac{1}{4}n^2 - \frac{1}{4}n$$

V průměru se tedy provede  $\frac{1}{4}n^2 - \frac{1}{4}n$  iterací vnitřního cyklu.

Složitost algoritmu **INSERTION-SORT** v průměrném případě je proto  $\Theta(n^2)$ , stejně jako v nejhorším případě.

# Složitost algoritmu v průměrném případě — Quicksort

Připomeňme si třídící algoritmus Quicksort:

---

**Algoritmus:** Quicksort

---

QUICKSORT ( $A, p, r$ ):

**if**  $p < r$  **then**

$q := \text{PARTITION}(A, p, r)$

    QUICKSORT( $A, p, q - 1$ )

    QUICKSORT( $A, q + 1, r$ )

---

PARTITION ( $A, p, r$ ):

$x := A[r]$

$i := p - 1$

**for**  $j := p$  **to**  $r - 1$  **do**

**if**  $A[j] \leq x$  **then**

$i := i + 1$

$y := A[i]; A[i] := A[j]; A[j] := y$

$A[r] := A[i + 1]; A[i + 1] := x$

**return**  $i + 1$

---

Funkce  $\text{PARTITION}(A, p, r)$ :

- přerozdělí úsek pole  $A$  tvořený prvky  $A[p], A[p + 1], \dots, A[r]$  následujícím způsobem
- zvolí prvek  $A[r]$  jako **pivot**
- prvky z daného úseku, které jsou menší nebo rovny pivotu, dá na začátek tohoto úseku
- prvky z daného úseku, které jsou větší než pivot, dá na konec tohoto úseku
- pivot umístí mezi tyto dva podúseky

- Není těžké si rozmyslet, že nejhorší případ nastane, pokud při každém volání funkce **PARTITION** bude pivot vždy největším nebo naopak nejmenším prvkem v daném úseku.
- Jestliže velikost úseku byla  $k$  (kde  $k = r - p + 1$ ), velikost vytvořených podúseků bude v tomto nejhorším případě  $k - 1$  a  $0$  (nebo  $0$  a  $k - 1$ ).
- Celková složitost algoritmu Quicksort v **nejhorším případě** pak bude úměrná součtu aritmetické řady

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{(1+n) \cdot n}{2} = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$$

Složitost v nejhorším případě je tedy  $\Theta(n^2)$ .

# Složitost algoritmu v průměrném případě — Quicksort

Pro jednoduchost budeme v následující analýze složitosti algoritmu Quicksort v průměrném případě předpokládat následující:

- vstupem může být libovolná permutace prvků

$$a_1, a_2, \dots, a_n$$

kde

$$a_1 < a_2 < \dots < a_n$$

(tj. předpokládáme, že všechny prvky jsou navzájem různé)

- všechny permutace jsou stejně pravděpodobné

Označme  $X$  náhodnou proměnnou udávající celkový počet porovnání provedených ve všech voláních funkce PARTITION.

Je zjevné, že:

- Doba běhu algoritmu Quicksort je  $\mathcal{O}(n + X)$ .

## Složitost algoritmu v průměrném případě — Quicksort

Je tedy třeba určit střední hodnotu celkového počtu porovnání, tj. hodnotu  $E[X]$ .

Zavedeme následující náhodné proměnné  $X_{ij}$ , pro každé  $i, j$ , kde  $1 \leq i < j \leq n$ :

- $X_{ij}$  — počet, kolikrát budou spolu porovnány prvky  $a_i$  a  $a_j$

Je zjevné, že proměnná  $X_{ij}$  bude nabývat jen hodnot 1 a 0:

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{pokud } a_i \text{ a } a_j \text{ budou porovnány} \\ 0 & \text{pokud } a_i \text{ a } a_j \text{ nebudou porovnány} \end{cases}$$

**Poznámka:** Náhodné proměnné, které nabývají jen hodnot 0 a 1, se někdy označují jako **indikátorové** náhodné proměnné.

# Složitost algoritmu v průměrném případě — Quicksort

Zjevně platí:

$$X = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n X_{ij}$$

Střední hodnotu můžeme tedy spočítat následovně:

$$E[X] = E\left[ \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n X_{ij} \right] = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n E[X_{ij}]$$

Zbývá tedy určit hodnotu  $E[X_{ij}]$ , což je pravděpodobnost toho, že prvky  $a_i$  a  $a_j$  budou spolu porovnány.

**Poznámka:** Všimněte si, že u indikátorových náhodných proměnných obecně jejich střední hodnota odpovídá pravděpodobnosti toho, že daný jev nastane (tj. že daná proměnná bude mít hodnotu 1).

## Složitost algoritmu v průměrném případě — Quicksort

Abychom určili pravděpodobnost toho, že pro dané  $i$  a  $j$  budou prvky  $a_i$  a  $a_j$  spolu porovnány, budeme postupovat následovně:

- označme  $B_{ij}$  množinu tvořenou všemi prvky ze vstupu  $A$ , jejichž velikosti jsou mezi  $a_i$  a  $a_j$  (včetně těchto dvou prvků):

$$B_{ij} = \{a_i, a_{i+1}, \dots, a_j\}$$

- uvažujme posloupnost všech prvků, které jsou algoritmem Quicksort postupně vybírány jako **pivoty** ve volání funkce **PARTITION**
- dokud jsou jako pivoty vybírány prvky mimo  $B_{ij}$ , budou vždy všechny prvky z  $B_{ij}$  zařazeny do nějakého společného podúseku
- uvažujme nyní první prvek z množiny  $B_{ij}$ , který bude vybrán jako pivot — tento prvek bude porovnán se **všemi** ostatními prvky z  $B_{ij}$  (a případně i s nějakými dalšími prvky mimo tento interval)

# Složitost algoritmu v průměrném případě — Quicksort

Mohou nastat dva případy:

- Jako první prvek z  $B_{ij}$  bude jako pivot vybrán prvek  $a_i$  nebo  $a_j$ :
  - prvky  $a_i$  a  $a_j$  budou v tomto případě spolu porovnány
- Jako první prvek z  $B_{ij}$  bude jako pivot vybrán některý z prvků  $a_{i+1}, a_{i+2}, \dots, a_{j-1}$ :
  - prvky  $a_i$  a  $a_j$  budou s tímto prvkem porovnány a očtnou se tak v **různých** podúsecích
  - prvky  $a_i$  a  $a_j$  tak v tomto případě už nikdy nebudou spolu porovnány

## Složitost algoritmu v průměrném případě — Quicksort

Pravděpodobnost, že daný prvek bude vybrán jako pivot, je pro všechny prvky z množiny

$$B_{ij} = \{a_i, a_{i+1}, \dots, a_j\}$$

stejná.

Pravděpodobnost toho, že bude vybrán zrovna prvek  $a_i$  nebo  $a_j$ , je tak proto

$$\frac{2}{j - i + 1}$$

a tato pravděpodobnost je zároveň pravděpodobností toho, že prvky  $a_i$  a  $a_j$  budou spolu porovnány.

Platí tedy

$$E[X_{ij}] = \frac{2}{j - i + 1}$$

# Složitost algoritmu v průměrném případě — Quicksort

Dostáváme tak

$$\begin{aligned} E[X] &= \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n E[X_{ij}] = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{2}{j-i+1} = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=1}^{n-i} \frac{2}{k+1} \\ &< \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=1}^n \frac{2}{k} = 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} = 2 \sum_{i=1}^{n-1} \Theta(\log n) = \Theta(n \log n) \end{aligned}$$

Je také zřejmé, že při každém běhu provede Quicksort minimálně  $\Omega(n \log n)$  kroků.

Složitost algoritmu Quicksort v průměrném případě je  $\Theta(n \log n)$ .

# Složitost algoritmu v průměrném případě — Quicksort

**Poznámka:** Posloupnost

$$\frac{1}{1}; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \frac{1}{6}; \frac{1}{7}; \frac{1}{8}; \frac{1}{9}; \dots$$

se označuje jako **harmonická řada**.

Součet prvních  $n$  členů této řady se označuje jako  $n$ -té **harmonické číslo**:

$$H_n = \sum_{i=1}^n \frac{1}{i}$$

Dá se ukázat, že pro harmonická čísla platí následující:

$$\ln n + \frac{1}{n} < H_n < \ln n + 1$$

kde  $\ln$  označuje **přirozený logaritmus**, tj. logaritmus o základu  $e$  (**Eulerovo číslo** 2.718281828459 ...)

## Složitost algoritmu v průměrném případě — Quicksort

Jestliže Quicksort vybírá prvek, který bude použit jako pivot, nějakým jednoduchým **deterministickým** způsobem, např.:

- prvek z konce daného tříděného úseku pole  $A$
- prvek uprostřed daného úseku
- prostřední hodnotu z prvního, posledního a prostředního prvku z daného úseku

tak je možné pro každé  $n$  najít **konkrétní** příklady vstupů, pro které algoritmus provede  $\Omega(n^2)$  kroků.

# Složitost algoritmu v průměrném případě — Quicksort

Alternativou je použít **randomizovaný** algoritmus — tj. algoritmus používající generátor náhodných čísel:

- pivot bude v každém volání funkce **PARTITION** vybrán náhodně jako libovolný prvek z daného úseku pole **A**
- pro jeden a tentýž vstup bude existovat mnoho různých výpočtů, které se budou lišit tím, které konkrétní prvky budou vybrány jako pivety
- pořád bude existovat možnost, že algoritmus může někdy provést  $\Omega(n^2)$  kroků
- nebude ale existovat žádný konkrétní vstup, na kterém by se toto špatné chování projevovalo častěji než na jiných vstupech
- pravděpodobnost takového „špatného“ chování bude extrémně malá a s rostoucí velikostí vstupu bude dále klesat

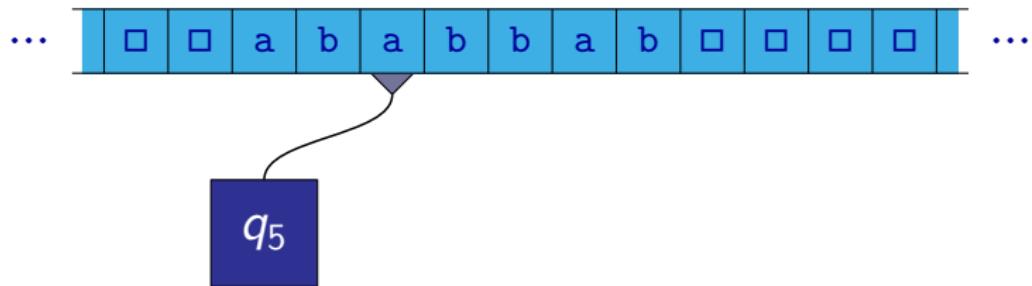
**Poznámka:** Problematikou **randomizovaných** algoritmů se budeme podrobněji zabývat v jedné z pozdějších přednášek.

# Turingovy stroje

# Turingův stroj

**Turingův stroj** — zařízení podobné konečnému automatu s následujícími rozdíly:

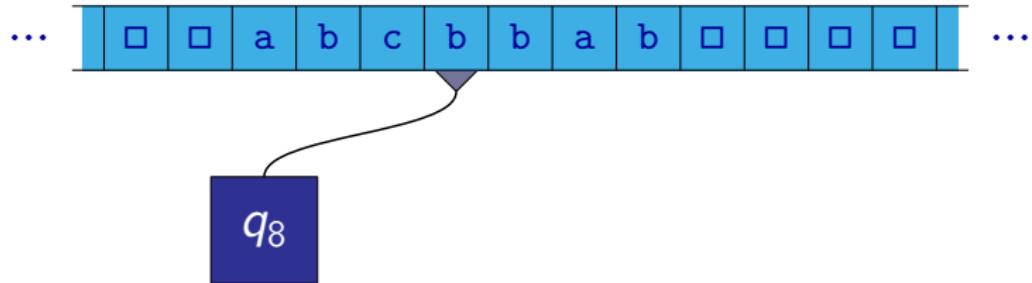
- pohyb hlavy oběma směry
- možnost zápisu na pásku na aktuální pozici hlavy
- páška je nekonečná



# Turingův stroj

**Turingův stroj** — zařízení podobné konečnému automatu s následujícími rozdíly:

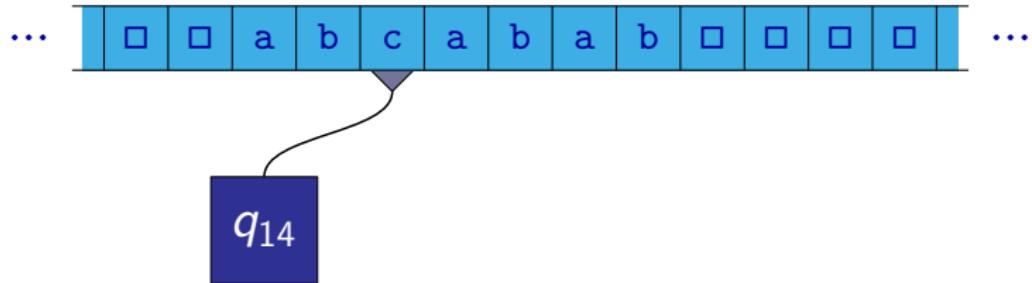
- pohyb hlavy oběma směry
- možnost zápisu na pásku na aktuální pozici hlavy
- páška je nekonečná



# Turingův stroj

**Turingův stroj** — zařízení podobné konečnému automatu s následujícími rozdíly:

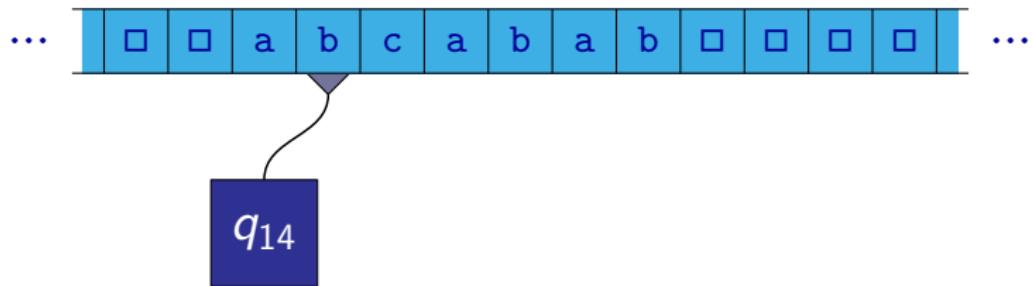
- pohyb hlavy oběma směry
- možnost zápisu na pásku na aktuální pozici hlavy
- páška je nekonečná



# Turingův stroj

**Turingův stroj** — zařízení podobné konečnému automatu s následujícími rozdíly:

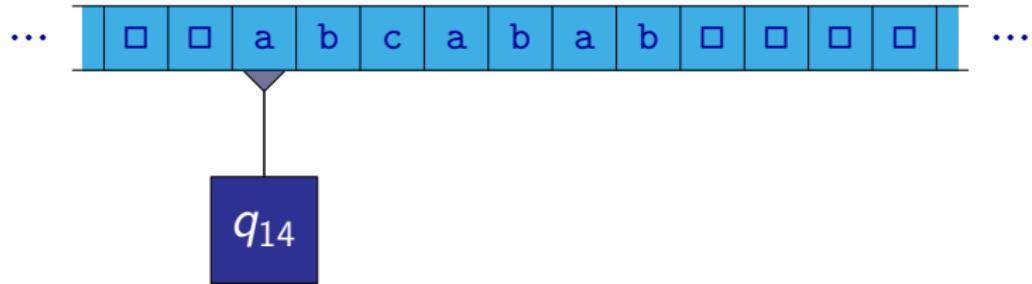
- pohyb hlavy oběma směry
- možnost zápisu na pásku na aktuální pozici hlavy
- páška je nekonečná



# Turingův stroj

**Turingův stroj** — zařízení podobné konečnému automatu s následujícími rozdíly:

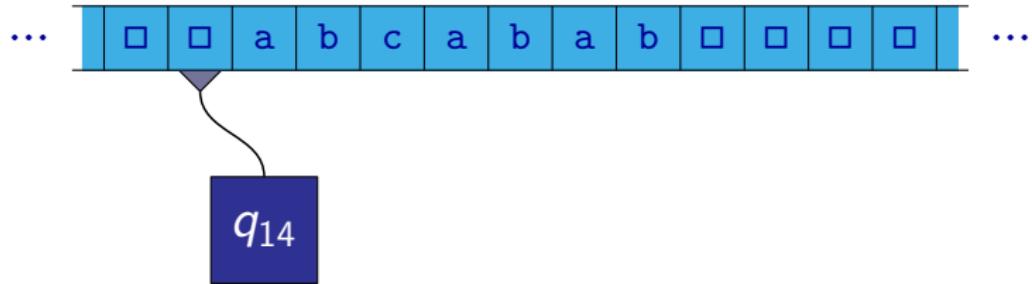
- pohyb hlavy oběma směry
- možnost zápisu na pásku na aktuální pozici hlavy
- páška je nekonečná



# Turingův stroj

**Turingův stroj** — zařízení podobné konečnému automatu s následujícími rozdíly:

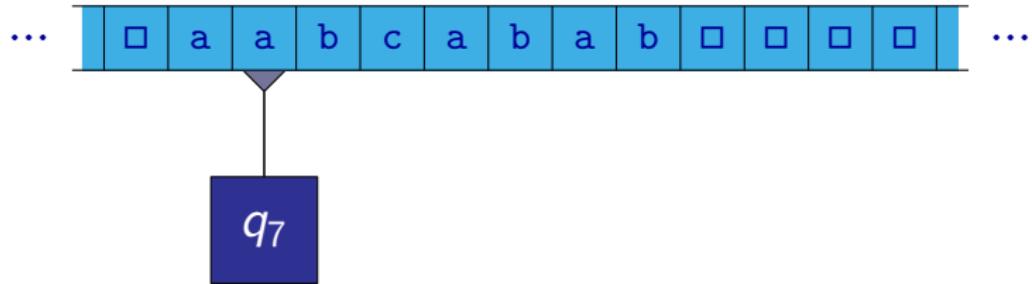
- pohyb hlavy oběma směry
- možnost zápisu na pásku na aktuální pozici hlavy
- páška je nekonečná



# Turingův stroj

**Turingův stroj** — zařízení podobné konečnému automatu s následujícími rozdíly:

- pohyb hlavy oběma směry
- možnost zápisu na pásku na aktuální pozici hlavy
- páška je nekonečná



# Turingův stroj

Alan M. Turing, „On Computable Numbers, with an application to the Entscheidungsproblem“, *Proceedings of the London Mathematical Society*, 42 (1936), pp. 230–265, Erratum: Ibid., 43 (1937), pp. 544–546.

# Turingův stroj

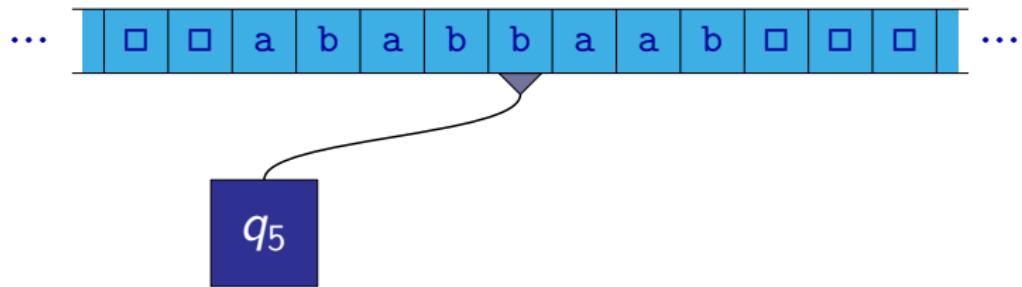
## Definice

Formálně je **Turingův stroj** definován jako šestice  $\mathcal{M} = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$  kde:

- $Q$  je konečná neprázdná množina **stavů**
- $\Gamma$  je konečná neprázdná množina **páskových symbolů (pásková abeceda)**
- $\Sigma \subseteq \Gamma$  je konečná neprázdná množina **vstupních symbolů (vstupní abeceda)**
- $\delta : (Q - F) \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{-1, 0, +1\}$  je **přechodová funkce**
- $q_0 \in Q$  je **počáteční stav**
- $F \subseteq Q$  je množina **koncových stavů**

Předpokládáme, že v  $\Gamma - \Sigma$  je vždy speciální prvek  $\square$  označující prázdný znak (blank).

# Konfigurace Turingova stroje



Konfigurace Turingova stroje je dána:

- stavem řídící jednotky
- obsahem pásky
- pozicí hlavy

# Konfigurace Turingova stroje

Výpočet Turingova stroje  $\mathcal{M} = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$  nad slovem  $w \in \Sigma^*$ , kde  $w = a_1 a_2 \cdots a_n$ , začíná v **počáteční konfiguraci**:



- stav řídící jednotky je  $q_0$
- na pásmu je zapsáno slovo  $w$ , zbývající políčka pásky jsou vyplňena prázdnými symboly ( $\square$ )
- hlava se nachází na prvním symbolu slova  $w$  (nebo na symbolu  $\square$ , pokud je  $w = \varepsilon$ )

# Turingův stroj

## Jeden krok Turingova stroje:

Předpokládejme, že:

- stav řídící jednotky je  $q$
- na políčku, kde se právě nachází hlava, je zapsán symbol  $b$

Řekněme, že  $\delta(q, b) = (q', b', d)$ , kde  $d \in \{-1, 0, +1\}$ .

Jeden krok Turingova stroje se provede následovně:

- stav řídící jednotky se změní na  $q'$
- na políčko na pozici hlavy se místo symbolu  $b$  zapíše symbol  $b'$
- V závislosti na hodnotě  $d$  se hlava posune:
  - pro  $d = -1$  se posune o jedno políčko doleva
  - pro  $d = +1$  se posune o jedno políčko doprava
  - pro  $d = 0$  se pozice hlavy nezmění

# Turingův stroj

- Turingův stroj provádí kroky tak dlouho, dokud stav řídící jednotky není stav z množiny  $F$ .
- Konfigurace, kde stav řídící jednotky patří do množiny  $F$ , jsou **konecové konfigurace**.
- V konecových konfiguracích výpočet končí.
- Výpočet stroje  $M$  nad slovem  $w$  může být nekonečný.

# Turingův stroj

Často volíme množinu koncových stavů  $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$ .

Můžeme pak pro slovo  $w \in \Sigma^*$  definovat, zda ho daný Turingův stroj přijímá:

- Pokud je po skončení výpočtu nad slovem  $w$  řídící jednotka ve stavu  $q_{acc}$ , stroj slovo  $w$  přijímá.
- Pokud je po skončení výpočtu nad slovem  $w$  řídící jednotka ve stavu  $q_{rej}$ , stroj slovo  $w$  nepřijímá.
- Pokud je výpočet nad slovem  $w$  nekonečný, stroj slovo  $w$  nepřijímá.

Jazyk  $\mathcal{L}(\mathcal{M})$  Turingova stroje  $\mathcal{M}$  je množina všech slov nad abecedou  $\Sigma^*$ , která stroj  $\mathcal{M}$  přijímá.

# Turingův stroj

Jazyk  $L \subseteq \Sigma^*$  je Turingovým strojem  $\mathcal{M}$  **přijímán** (accepted), jestliže:

- pro každé slovo  $w \in \Sigma^*$  platí, že  $w \in L$  právě tehdy, když výpočet stroje  $\mathcal{M}$  nad  $w$  skončí v koncovém stavu  $q_{acc}$ .

(Výpočty nad slovy, která nepatří do  $L$ , tedy mohou skončit ve stavu  $q_{rej}$  nebo být nekonečné.)

Jazyk  $L \subseteq \Sigma^*$  je Turingovým strojem  $\mathcal{M}$  **rozpoznáván** (recognized), jestliže:

- pro každé slovo  $w \in L$  výpočet stroje  $\mathcal{M}$  nad  $w$  skončí v koncovém stavu  $q_{acc}$ .
- pro každé slovo  $w \in (\Sigma^* - L)$  výpočet stroje  $\mathcal{M}$  nad  $w$  skončí v koncovém stavu  $q_{rej}$ .

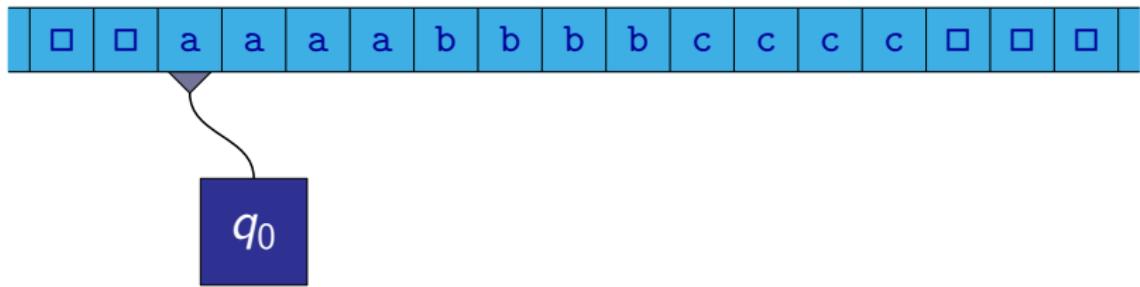
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



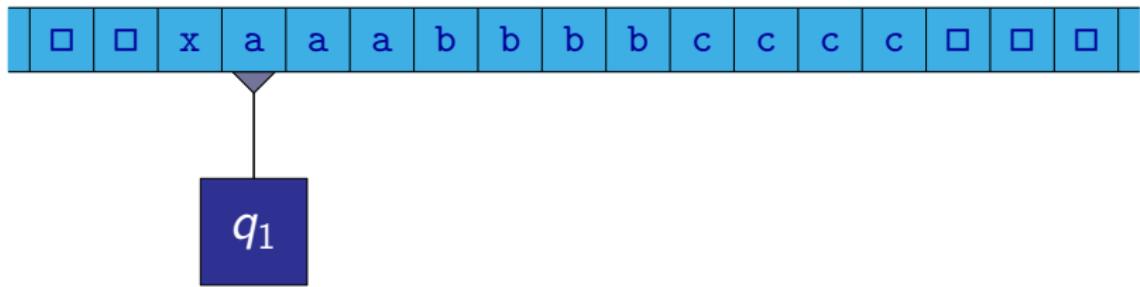
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



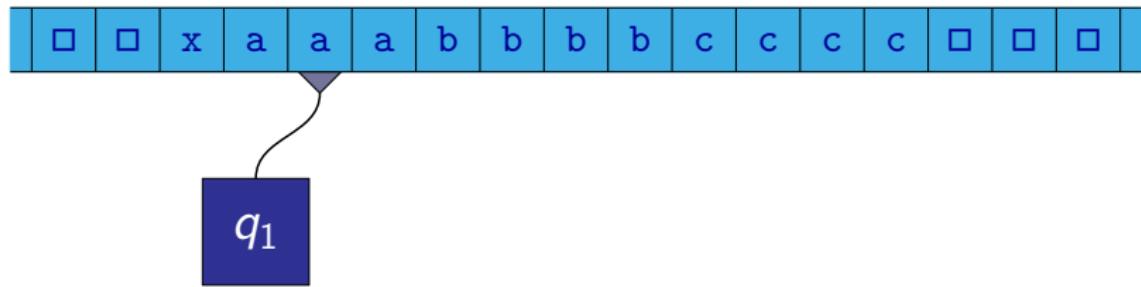
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



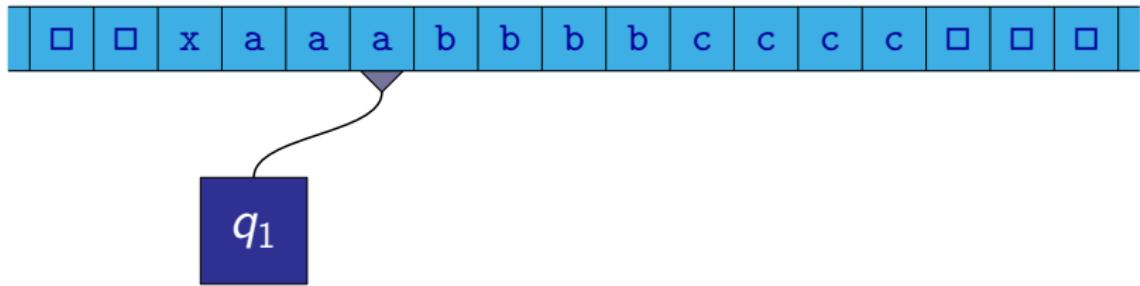
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



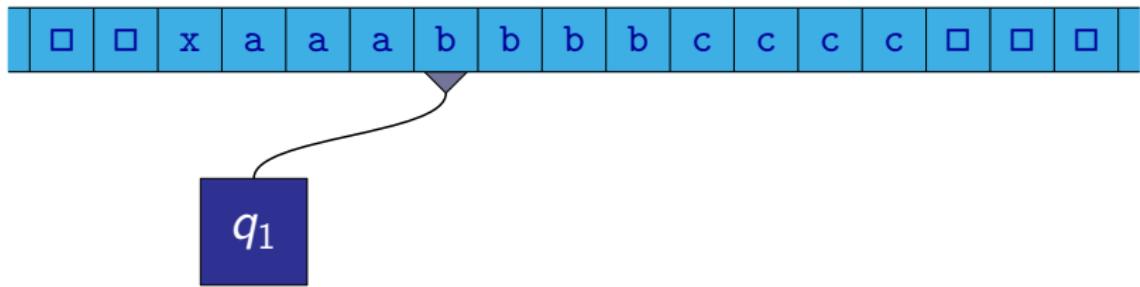
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



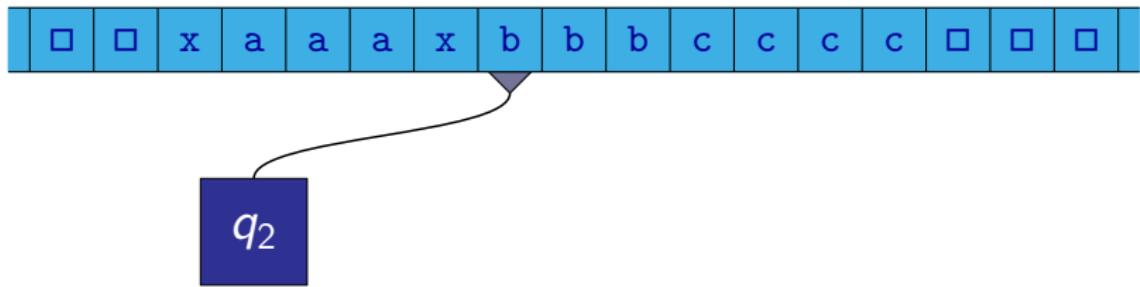
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



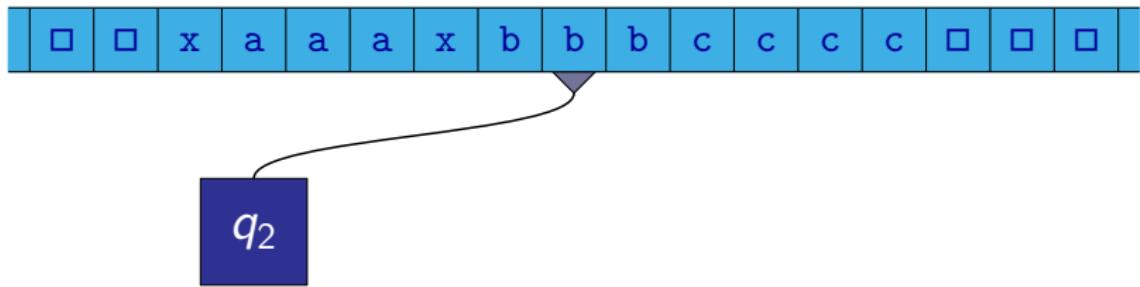
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



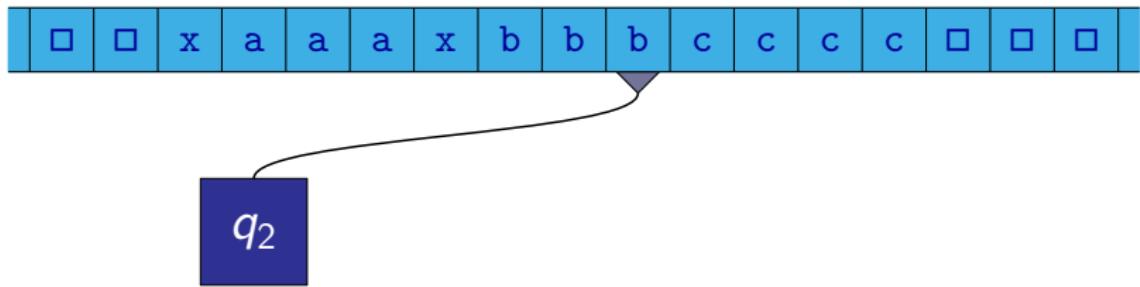
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



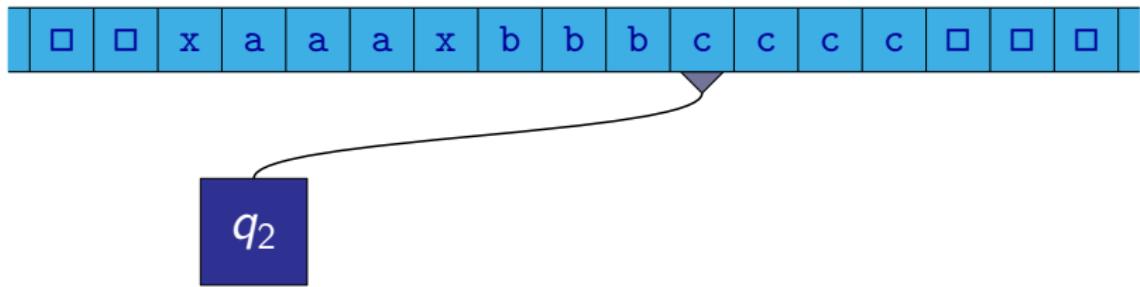
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



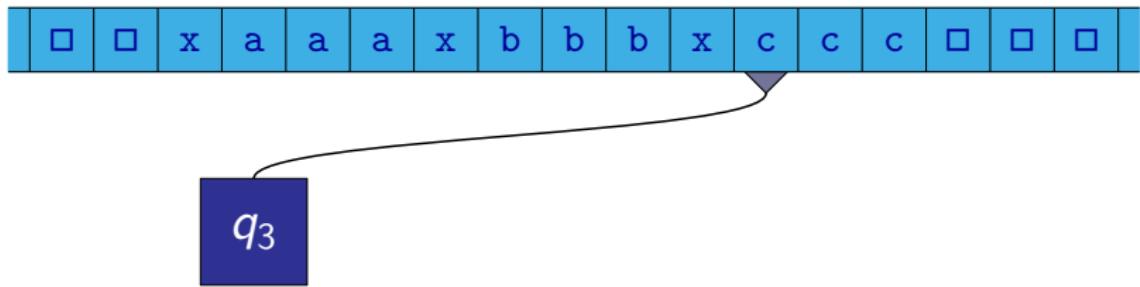
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



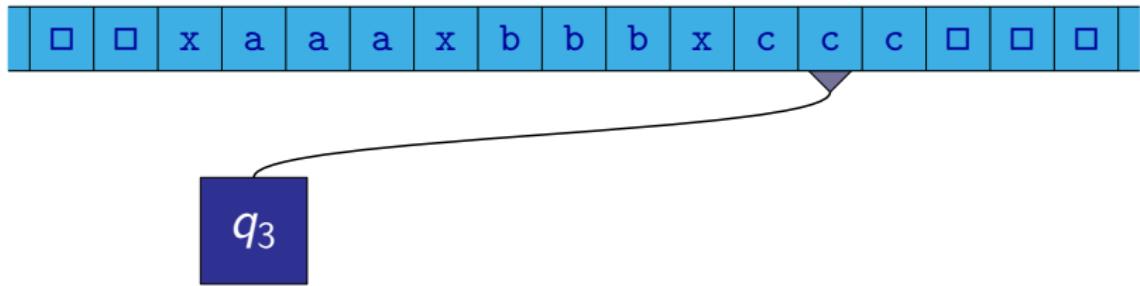
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



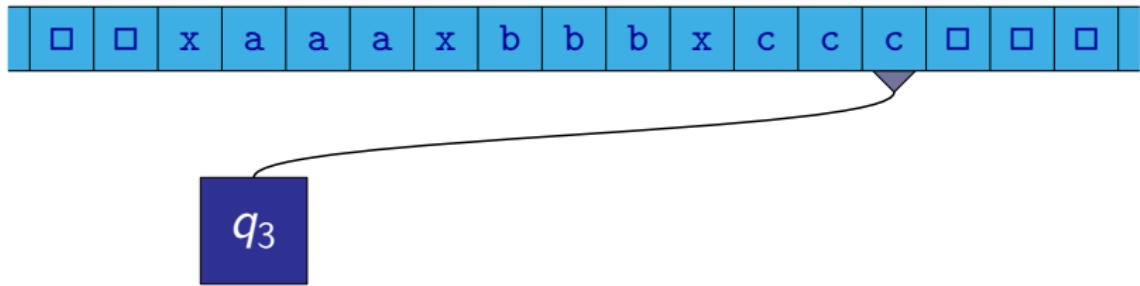
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



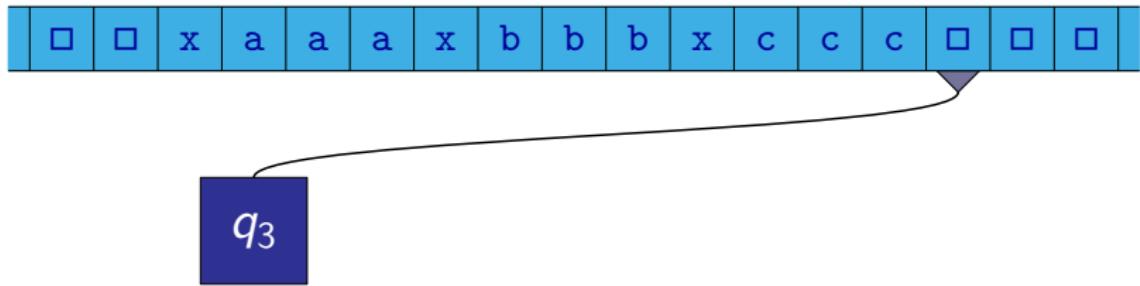
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



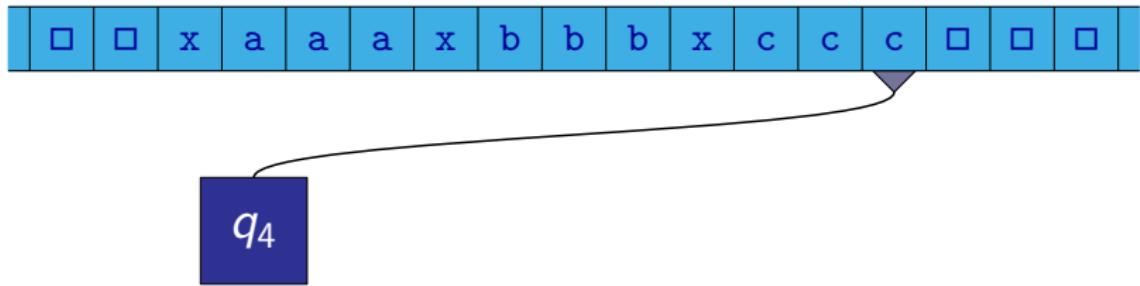
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



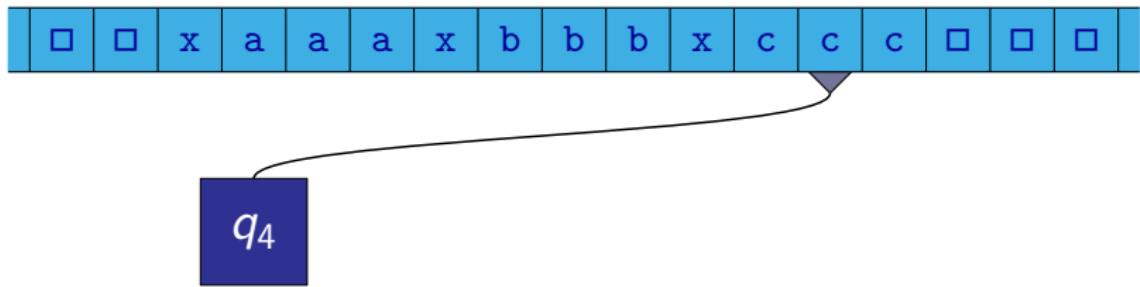
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



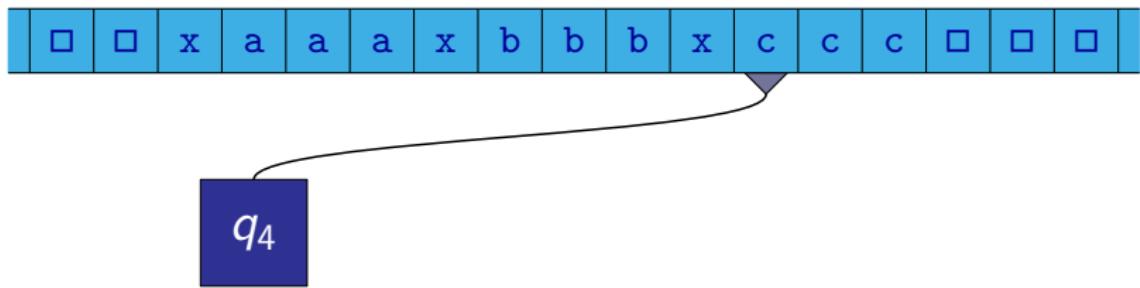
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



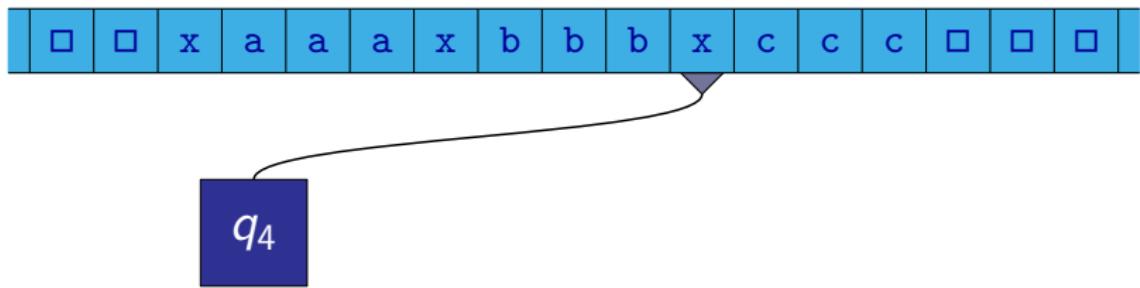
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



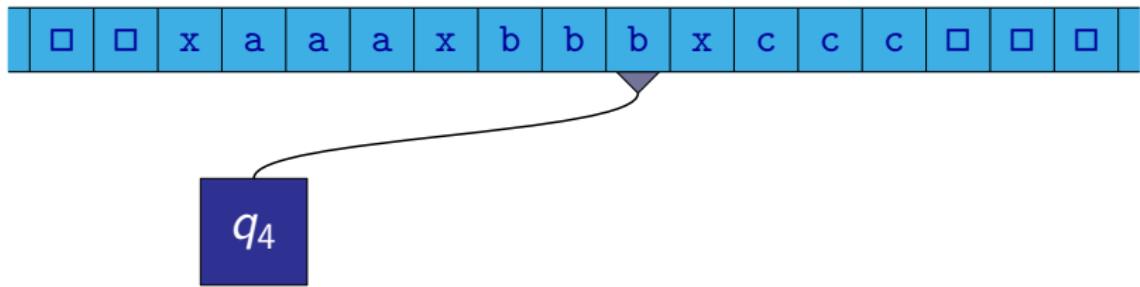
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



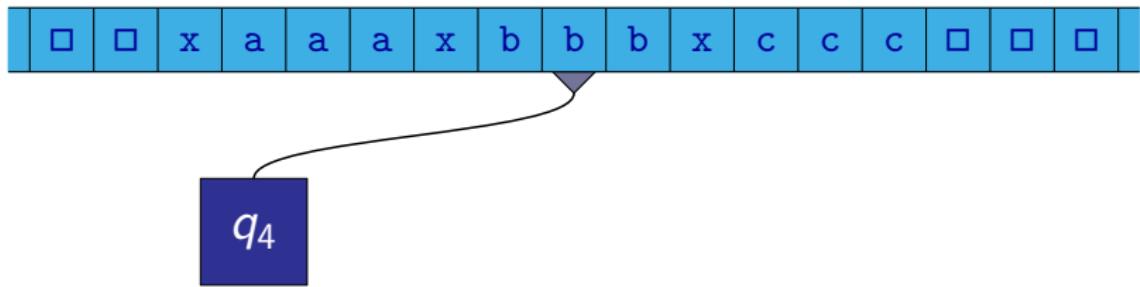
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



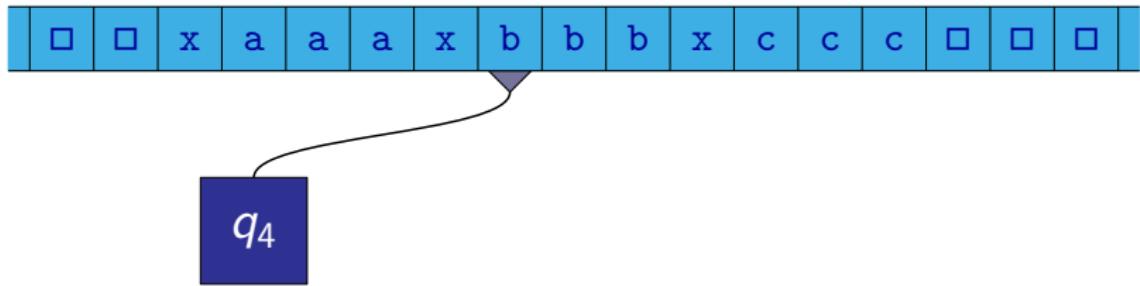
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



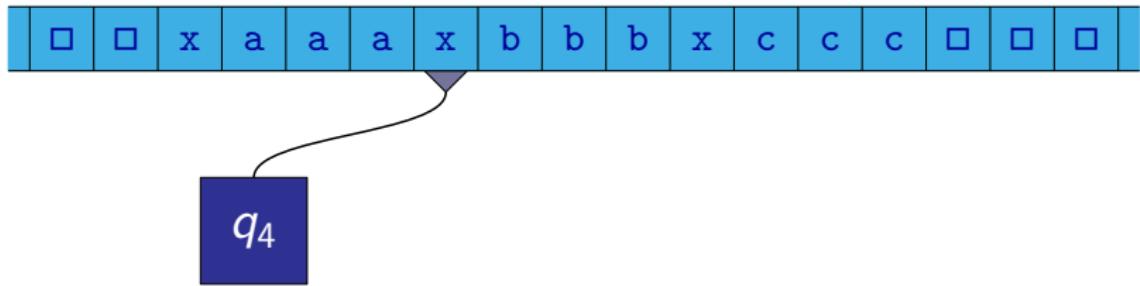
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



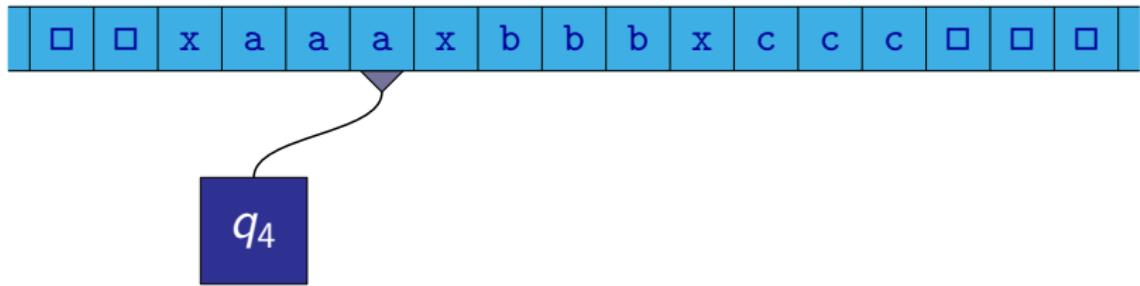
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



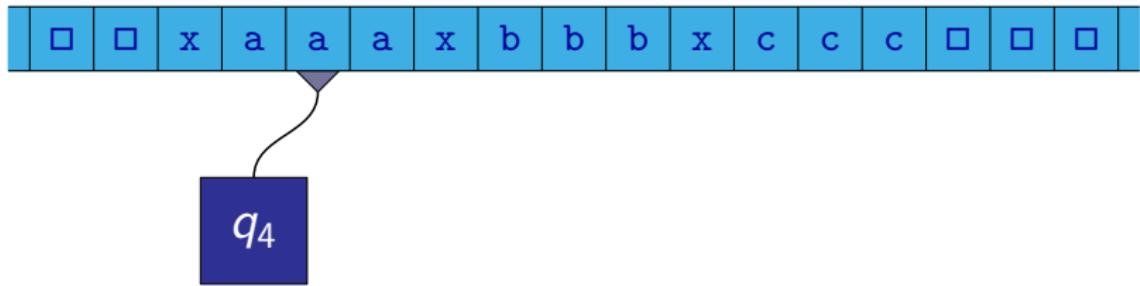
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



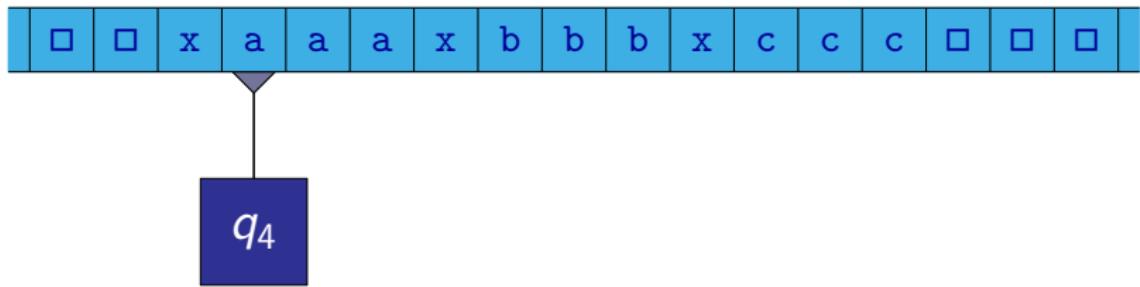
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



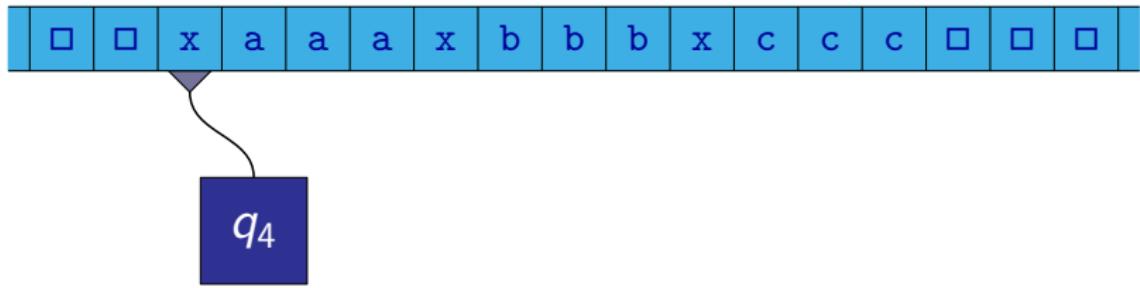
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



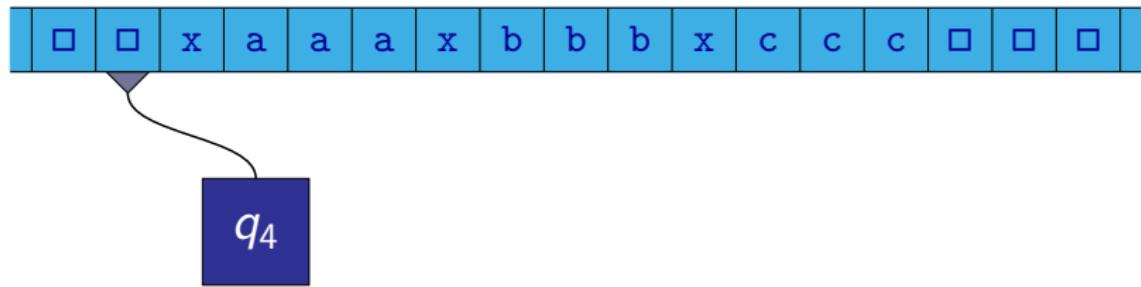
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



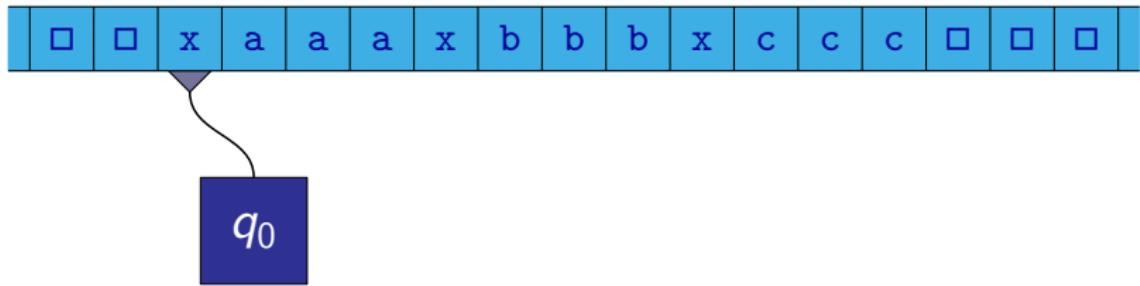
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



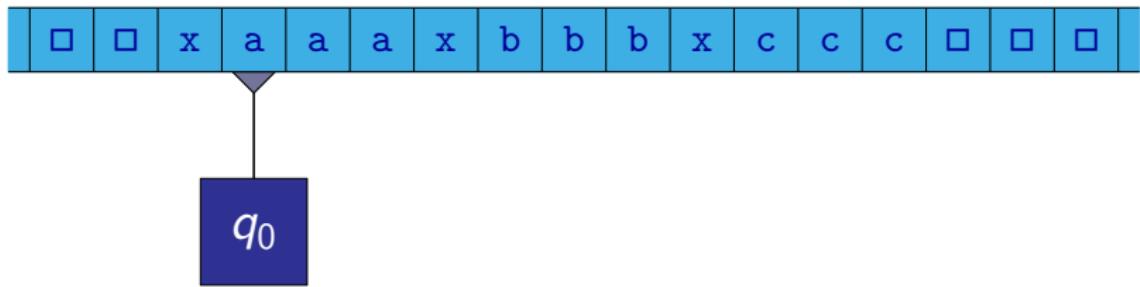
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



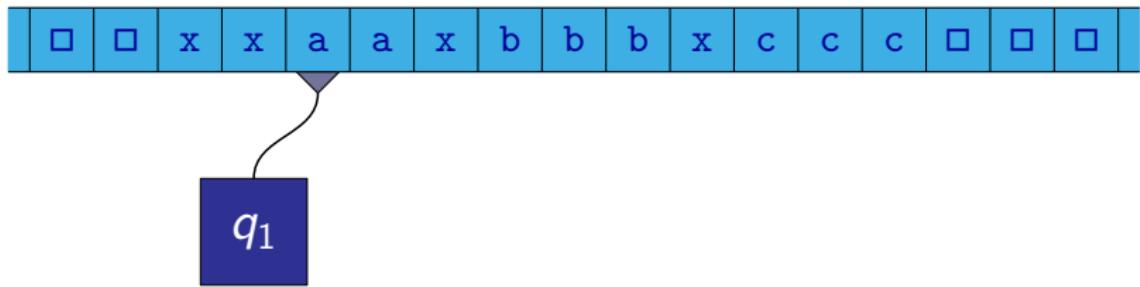
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



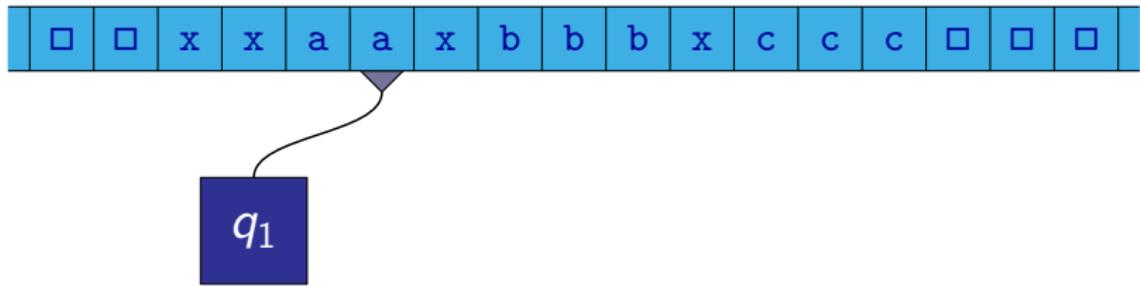
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



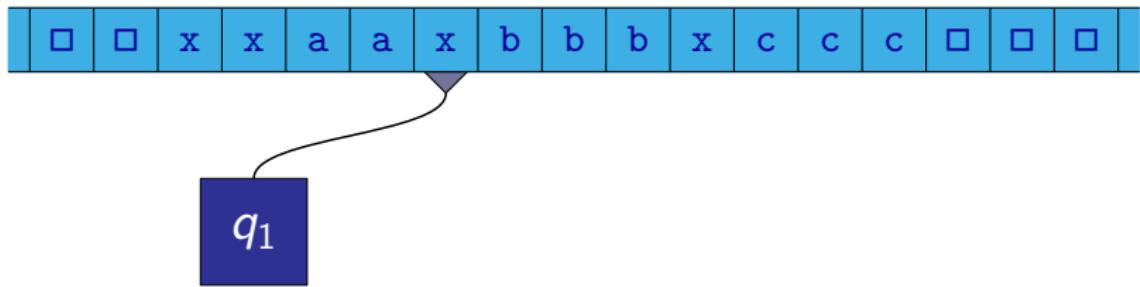
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



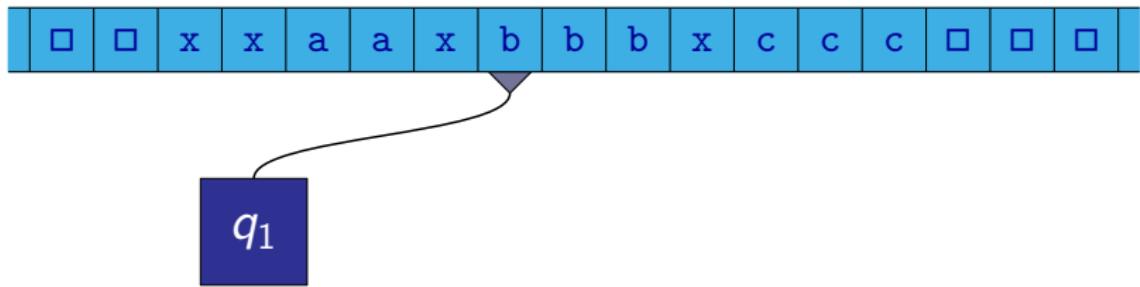
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



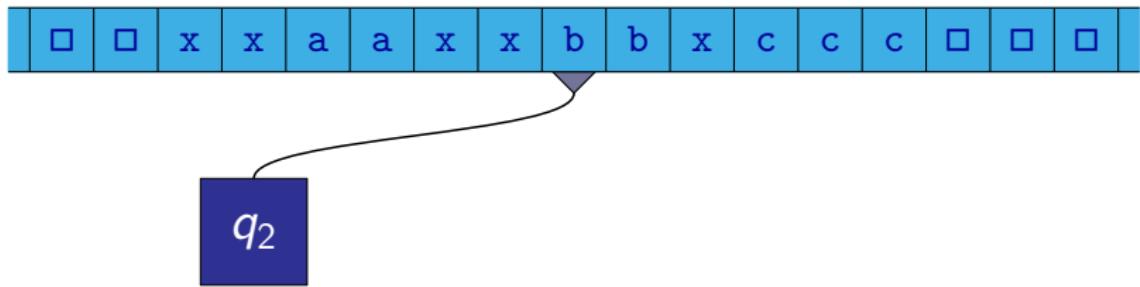
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



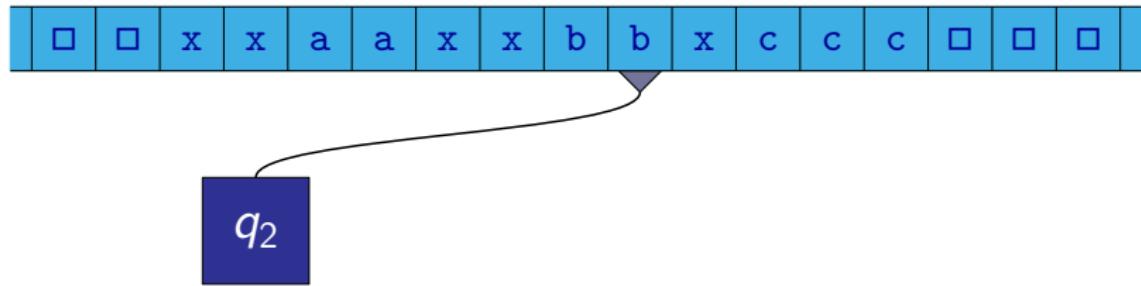
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\} \quad F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$$

$$\Sigma = \{a, b, c\} \quad \Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



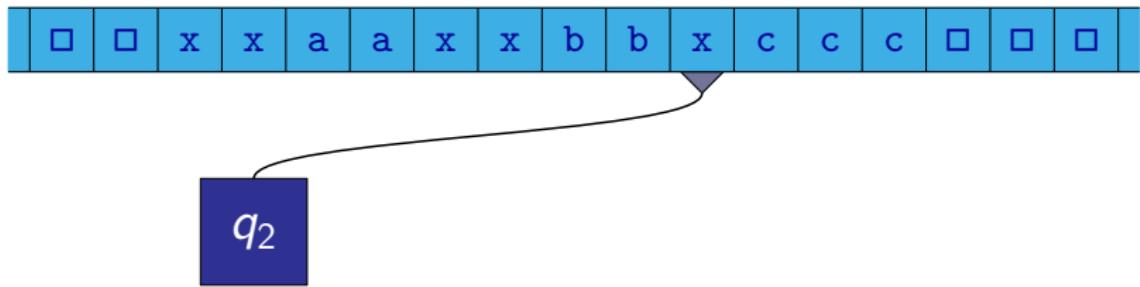
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



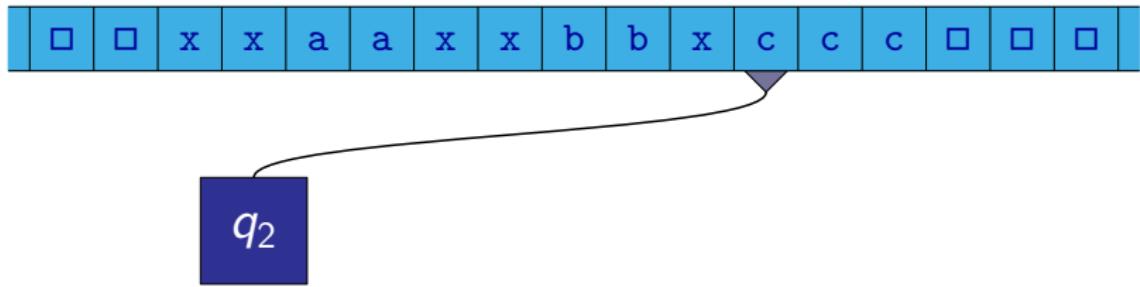
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



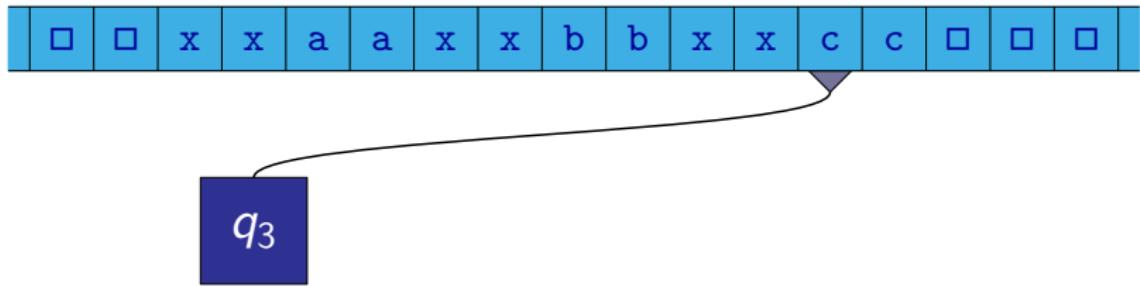
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



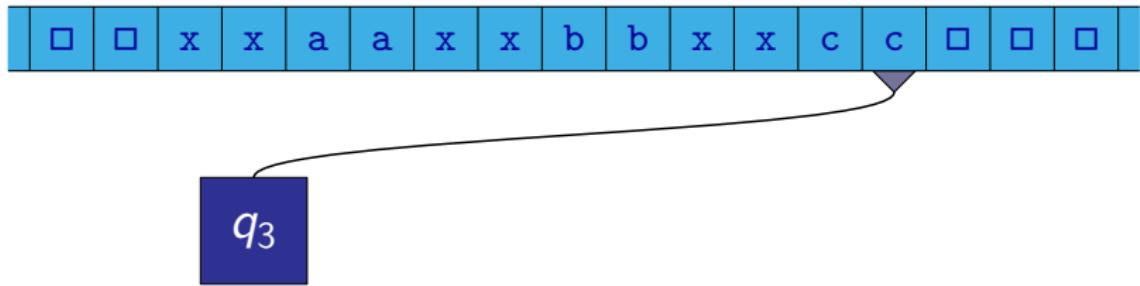
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



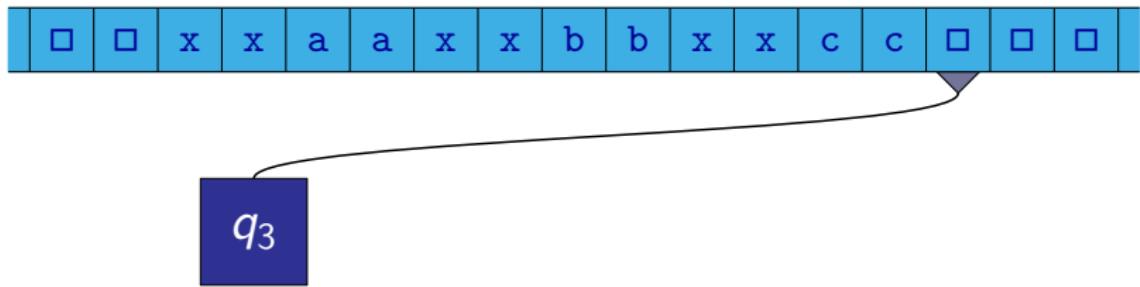
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



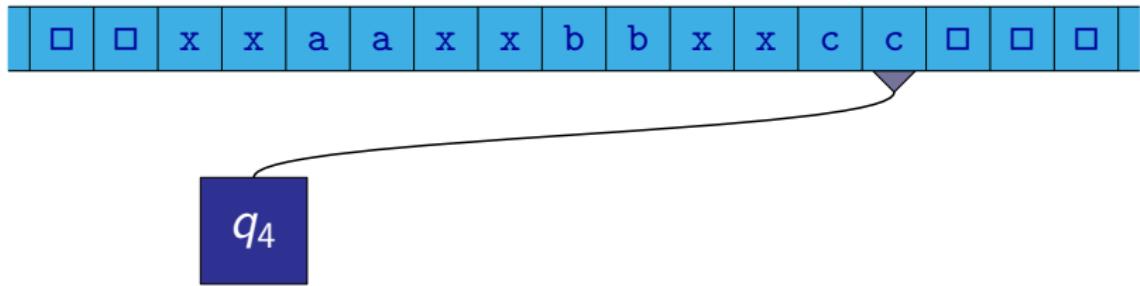
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



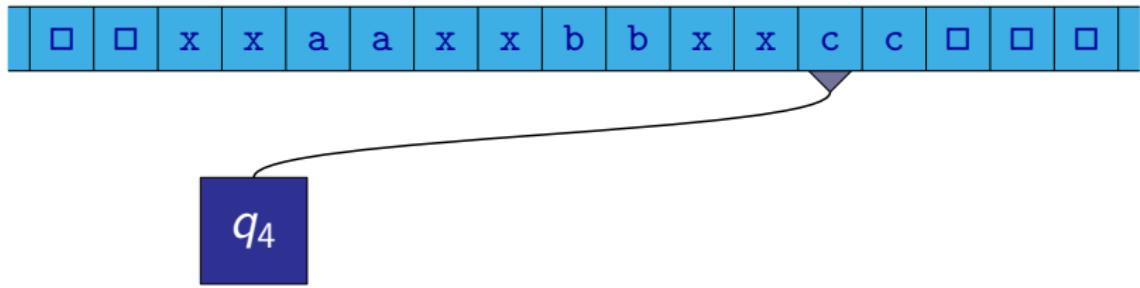
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\} \quad F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$$

$$\Sigma = \{a, b, c\} \quad \Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



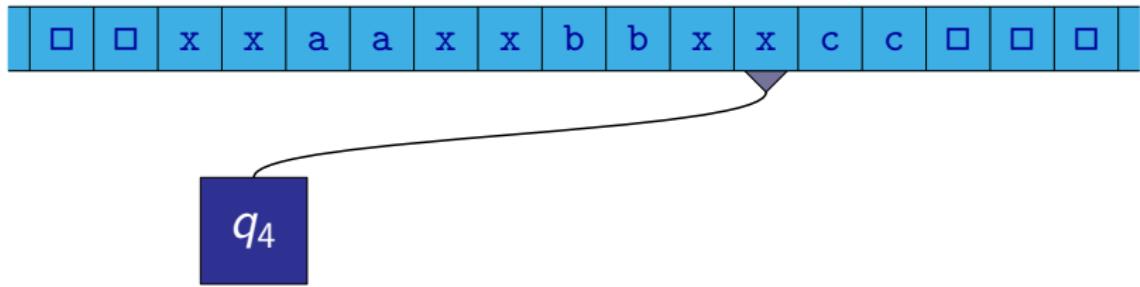
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



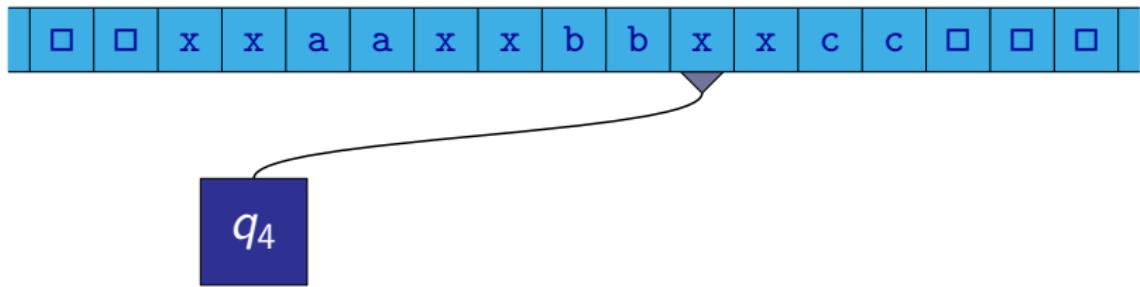
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



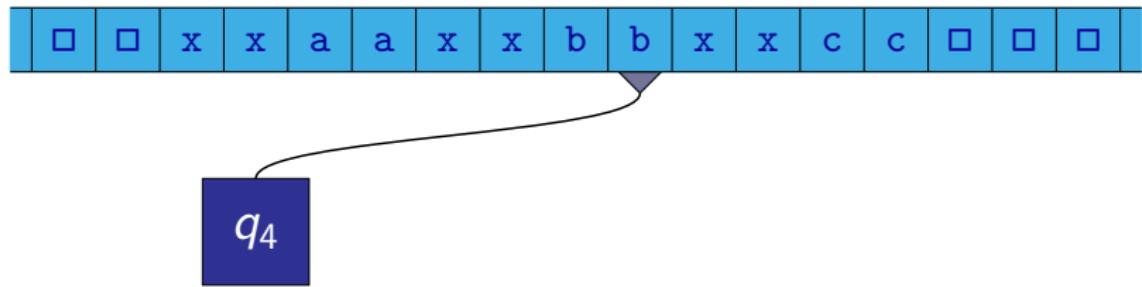
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



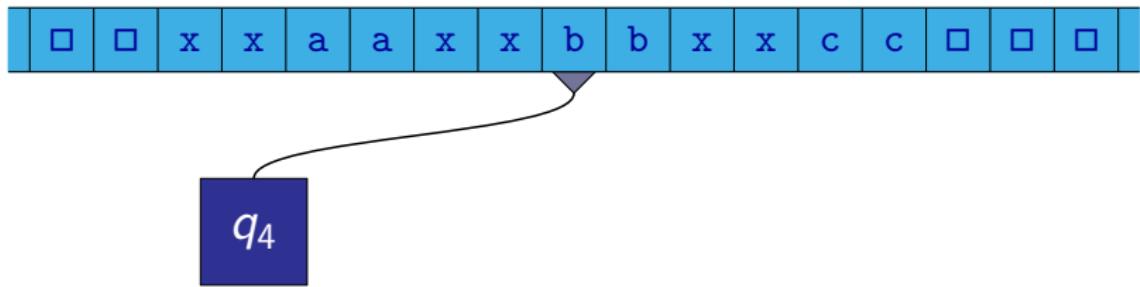
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



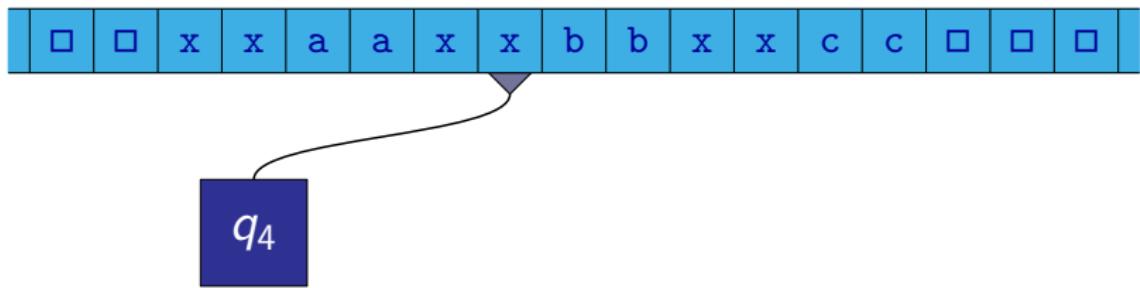
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



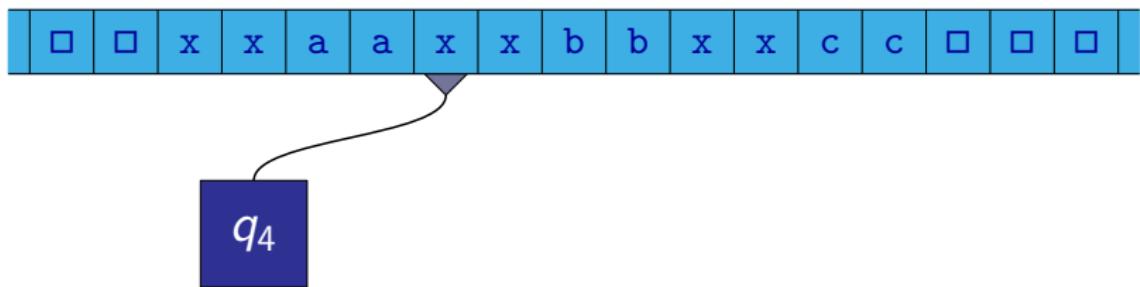
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\} \quad F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$$

$$\Sigma = \{a, b, c\} \quad \Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



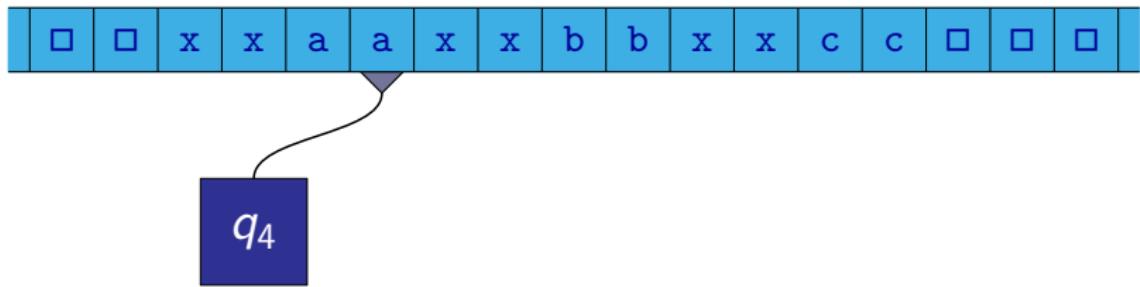
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



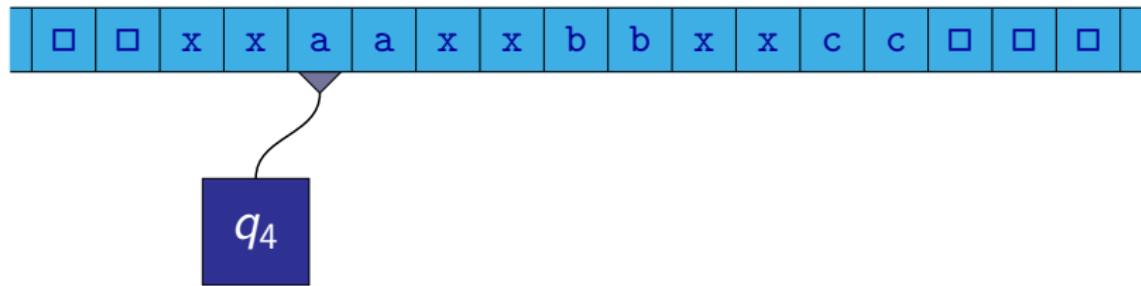
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



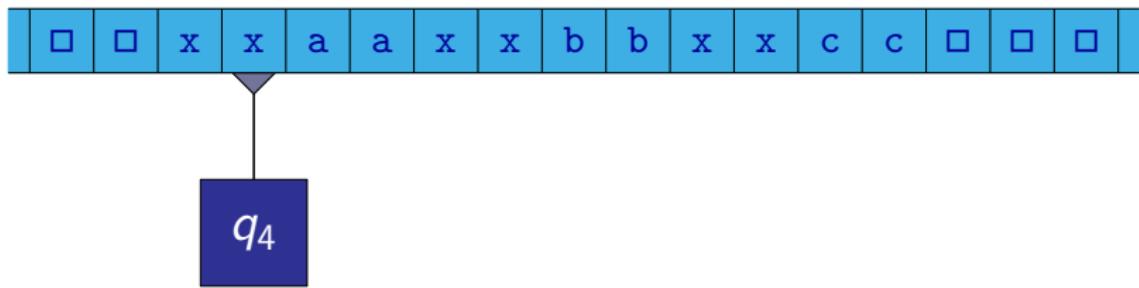
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



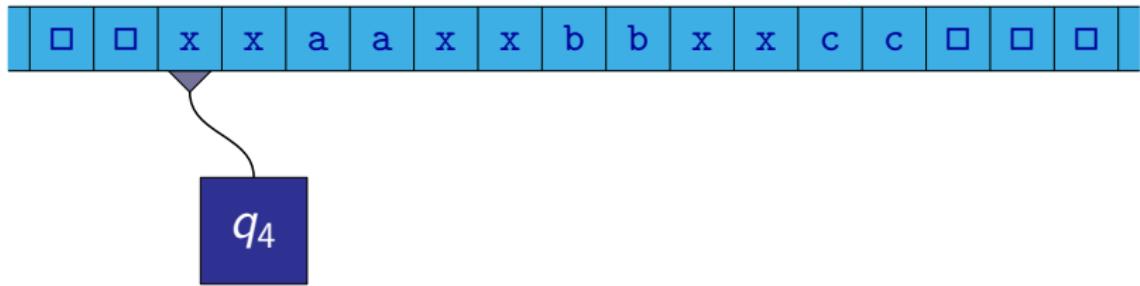
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



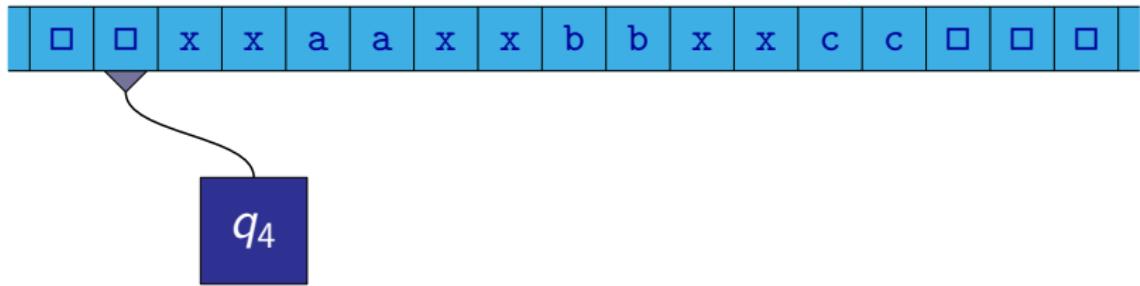
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



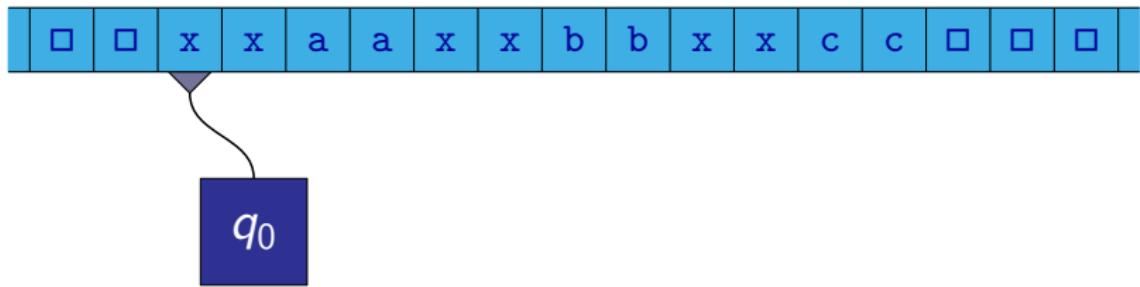
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



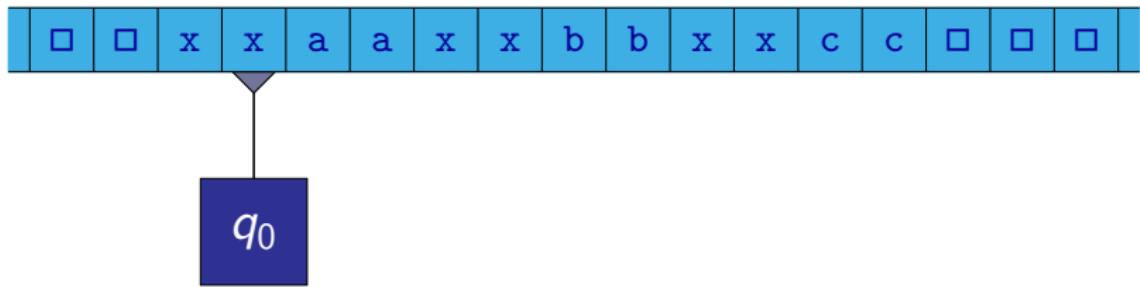
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



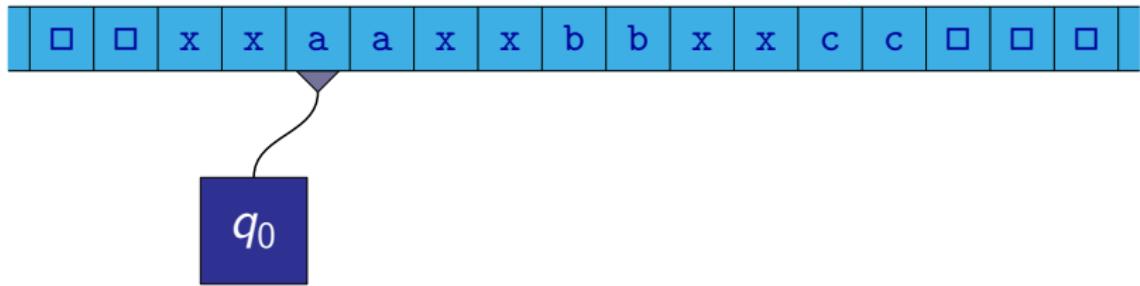
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



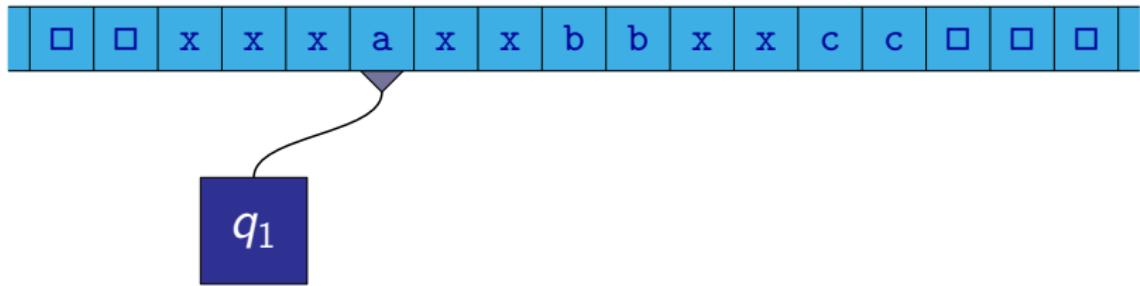
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



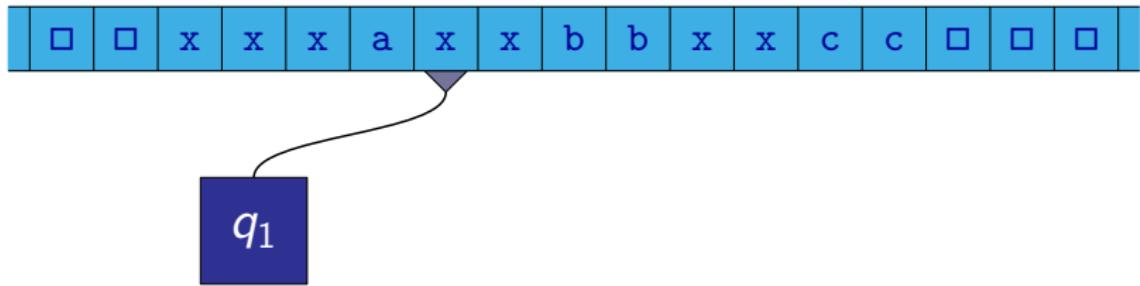
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



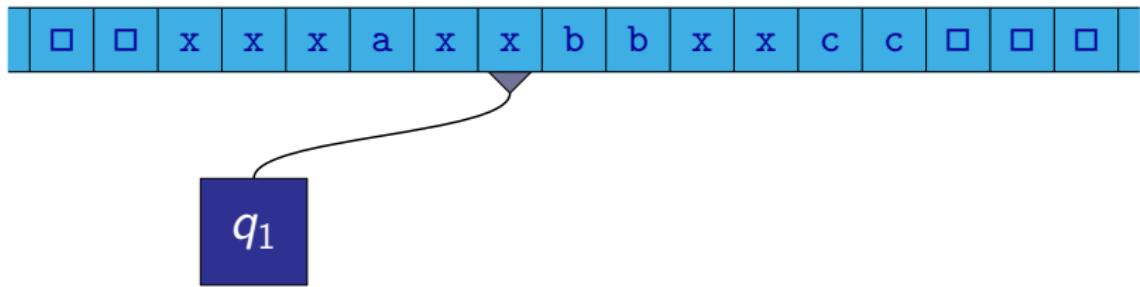
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



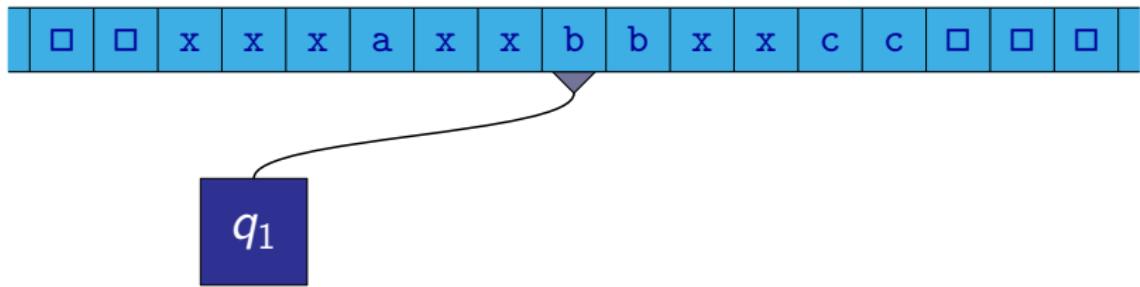
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



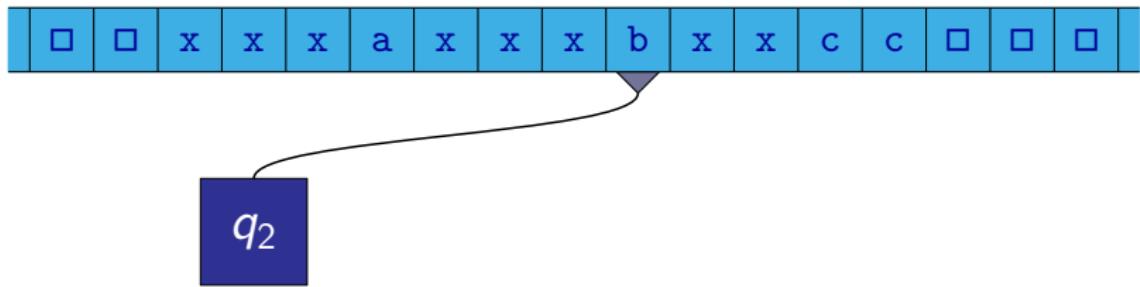
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



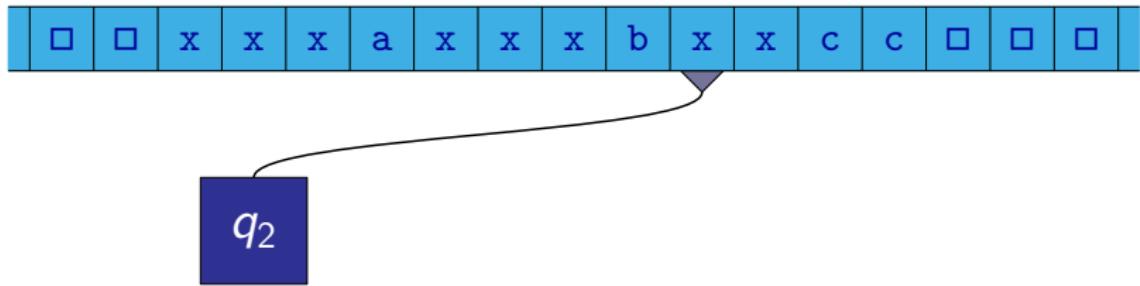
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



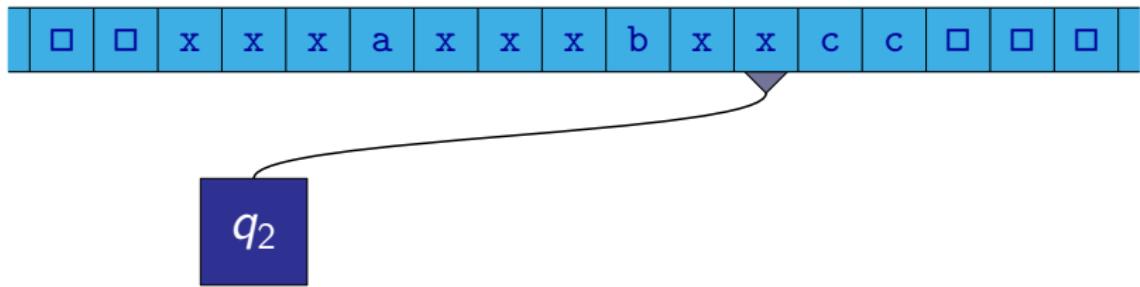
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



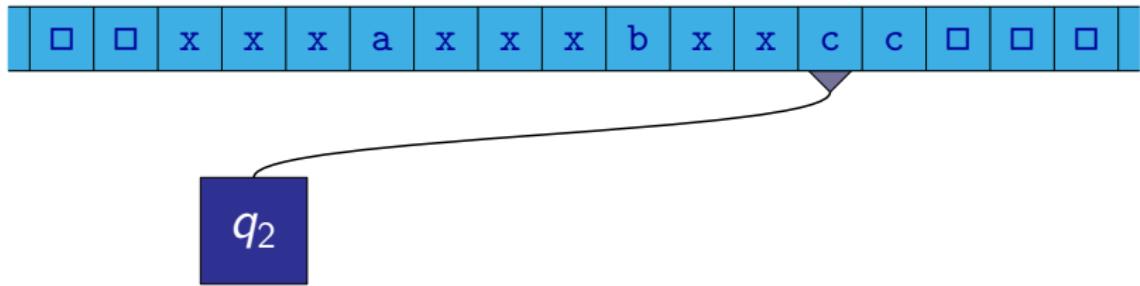
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



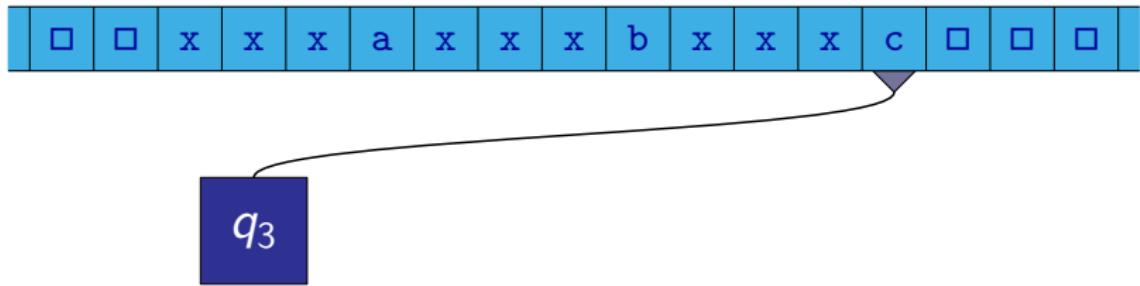
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



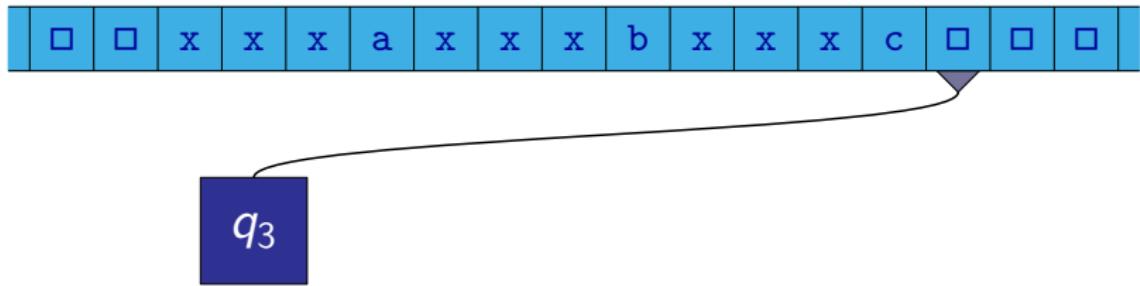
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



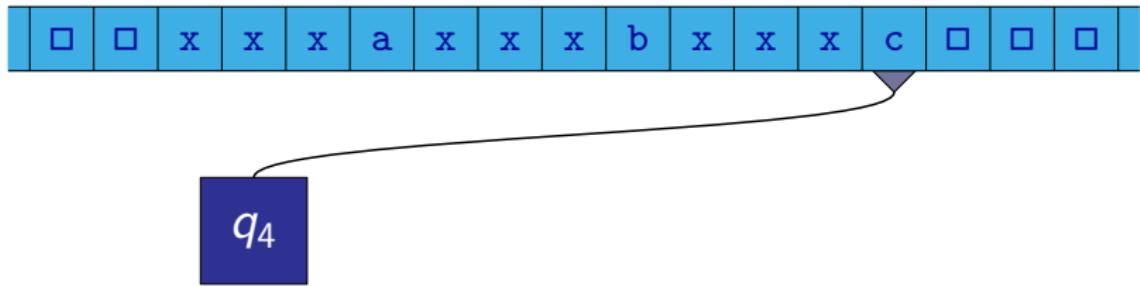
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



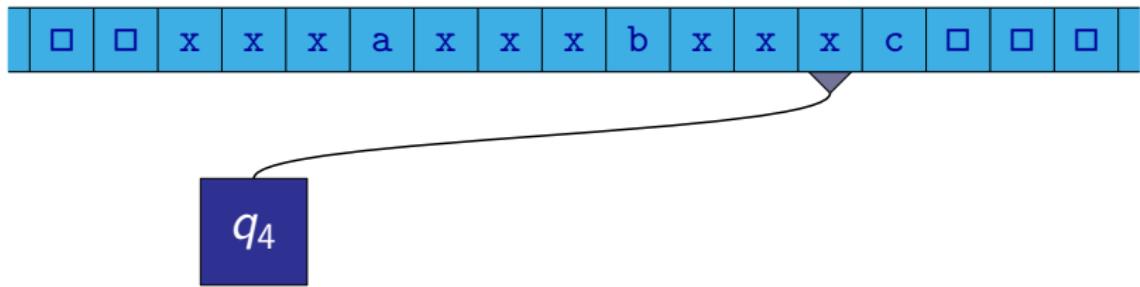
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



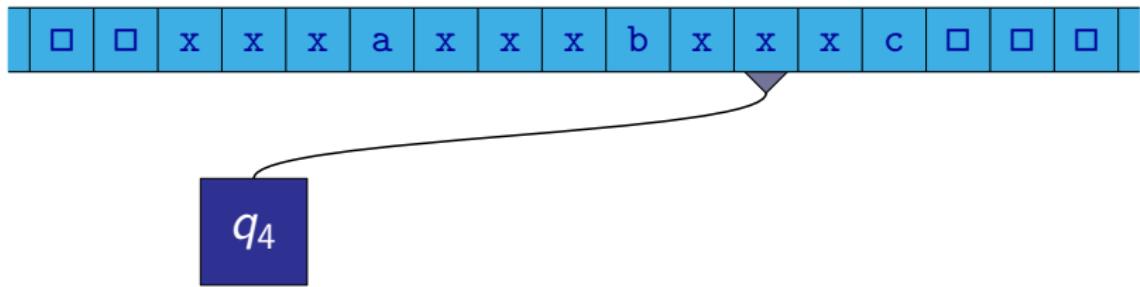
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



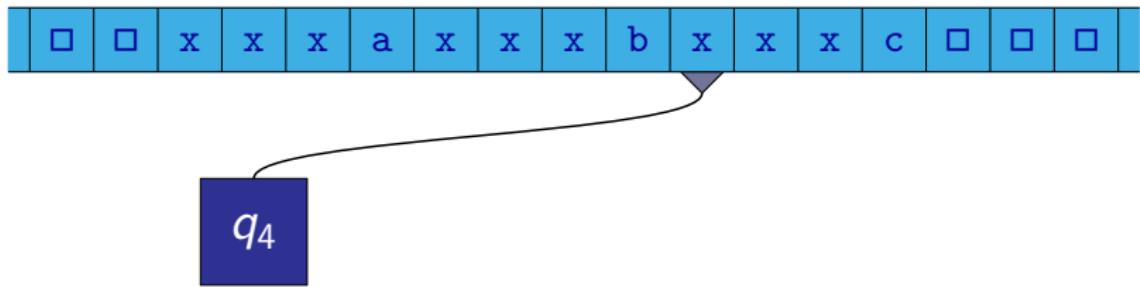
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



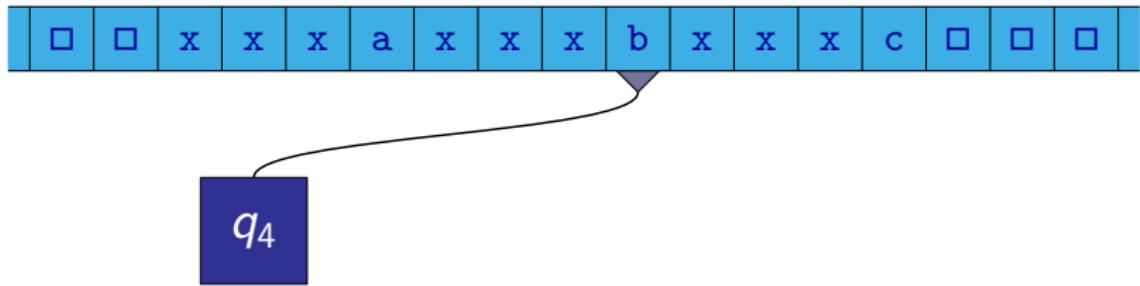
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



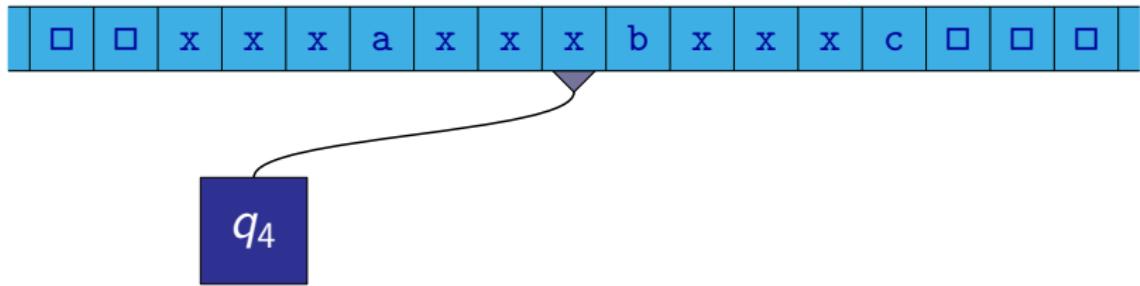
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



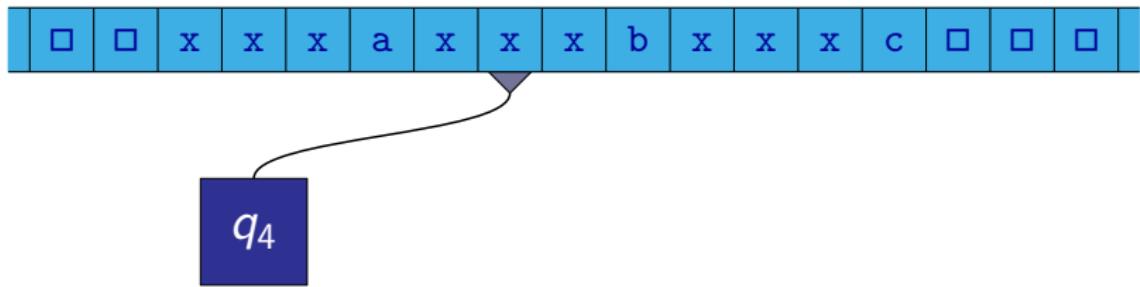
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



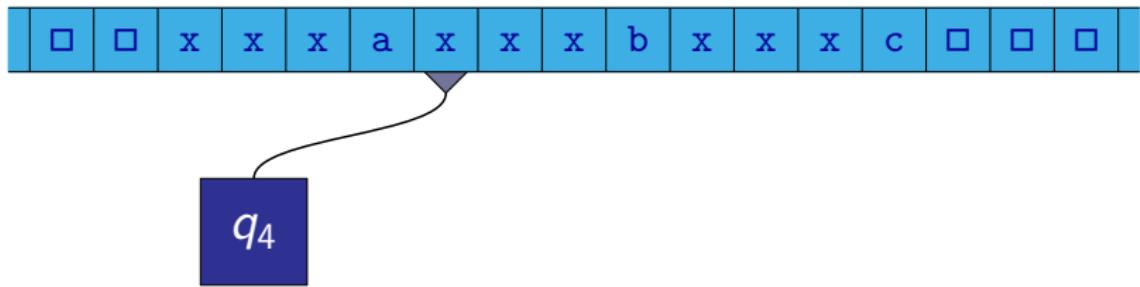
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



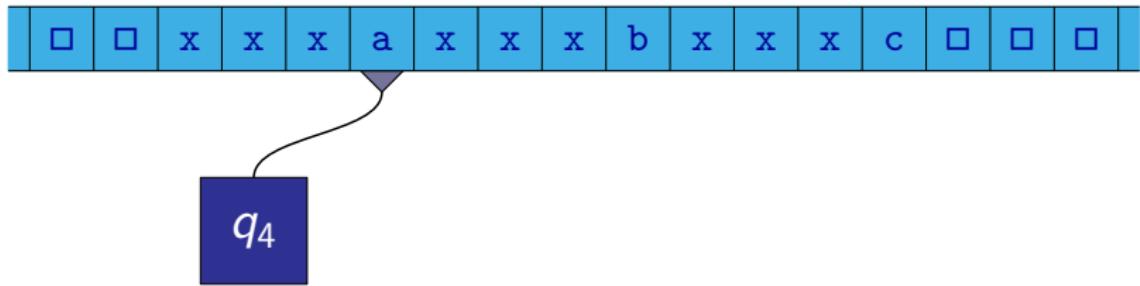
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



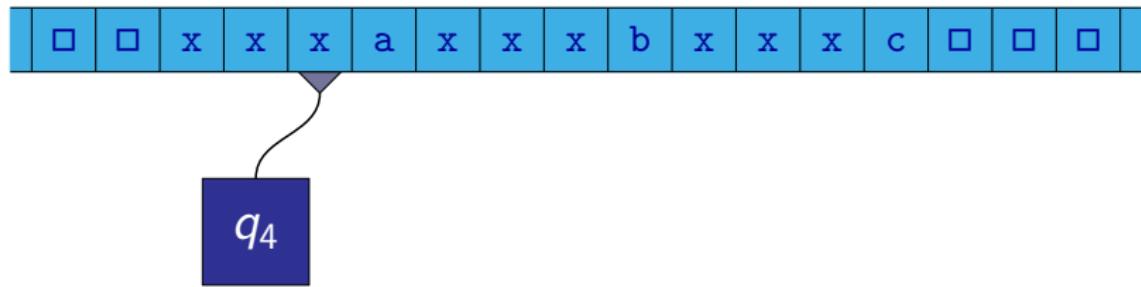
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



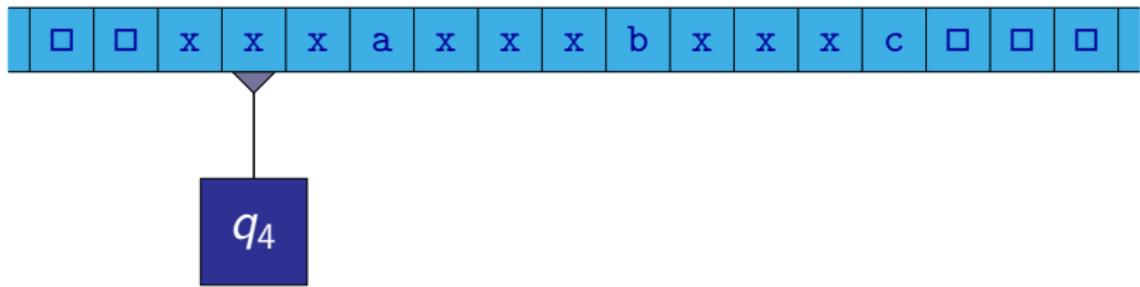
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



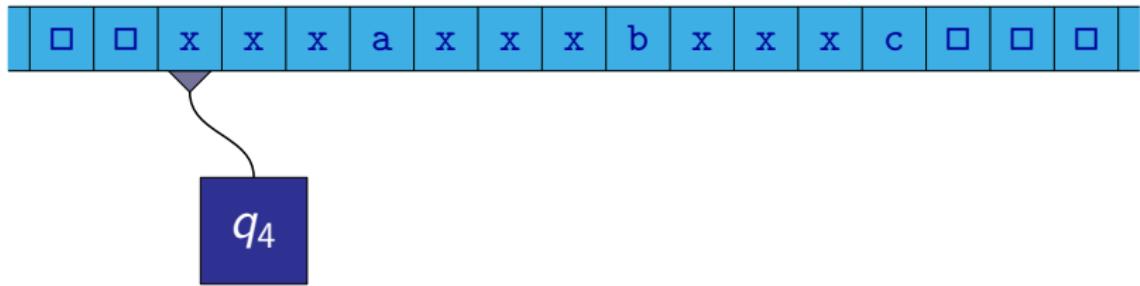
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



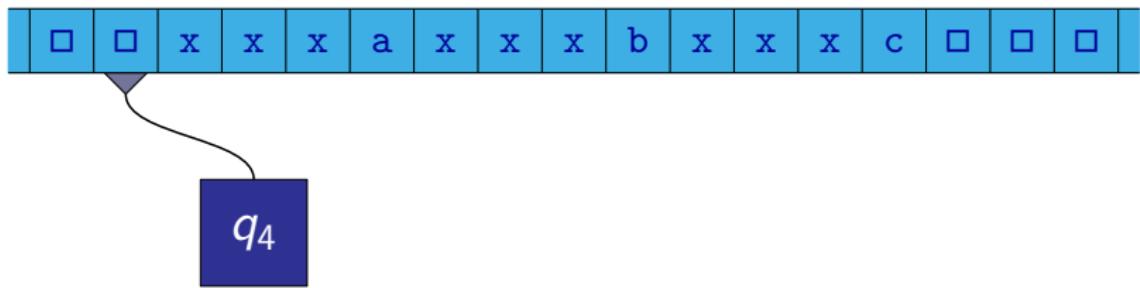
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



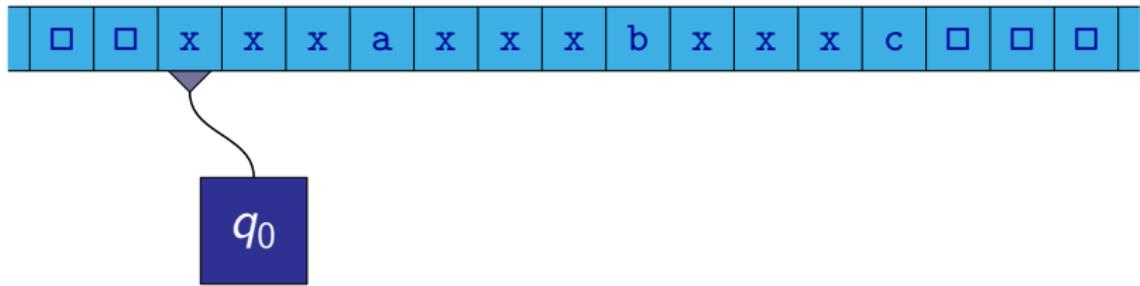
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



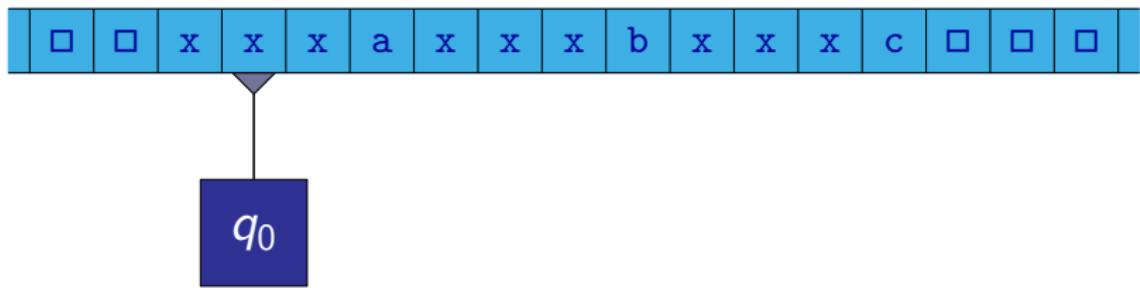
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



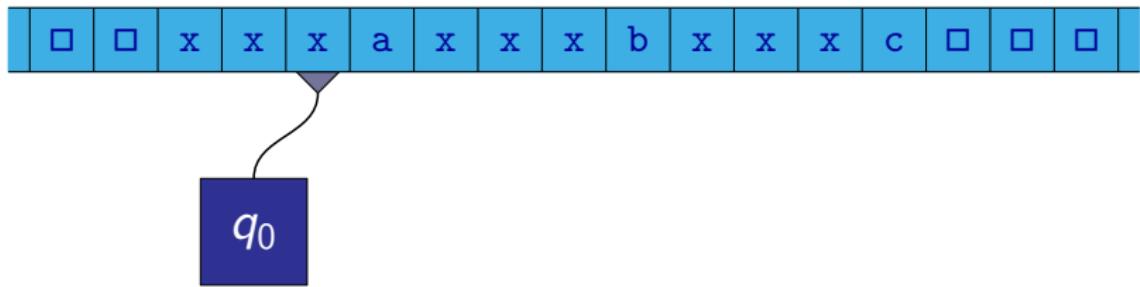
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



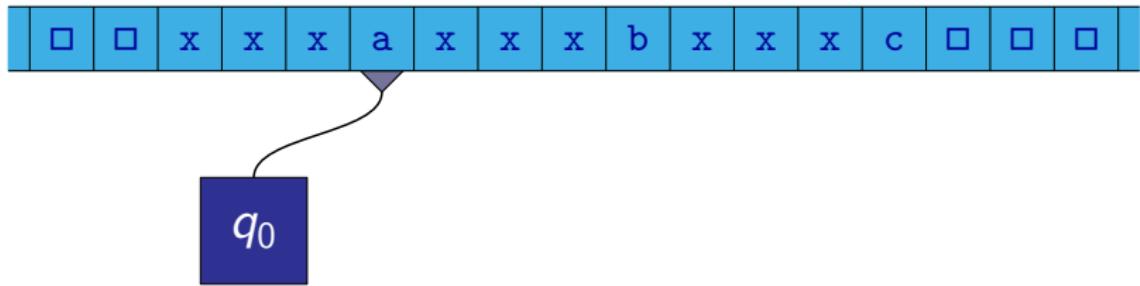
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



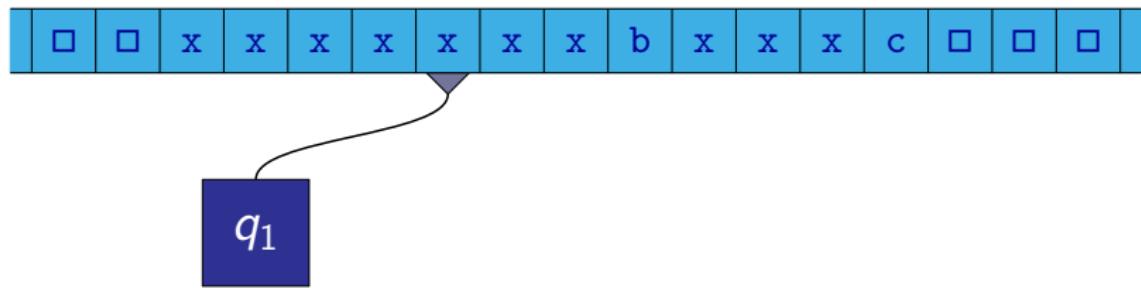
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



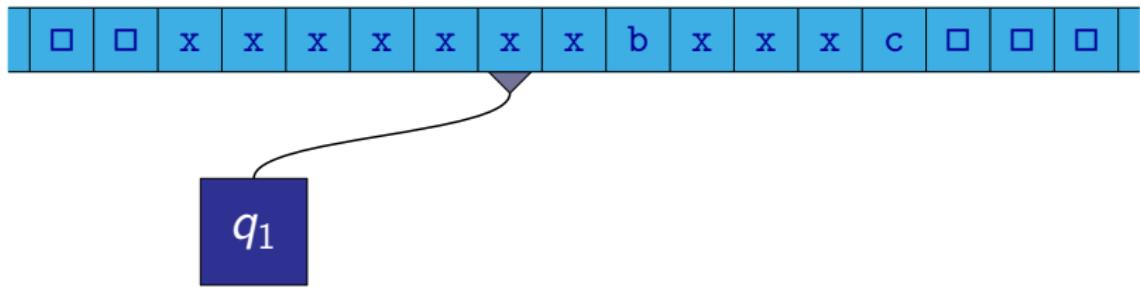
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



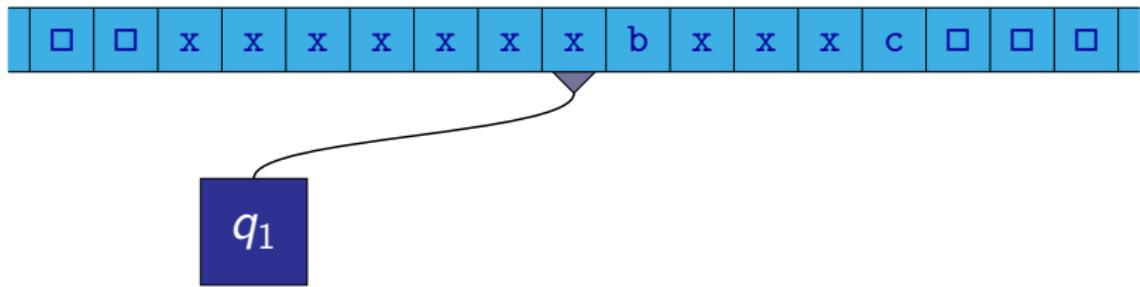
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



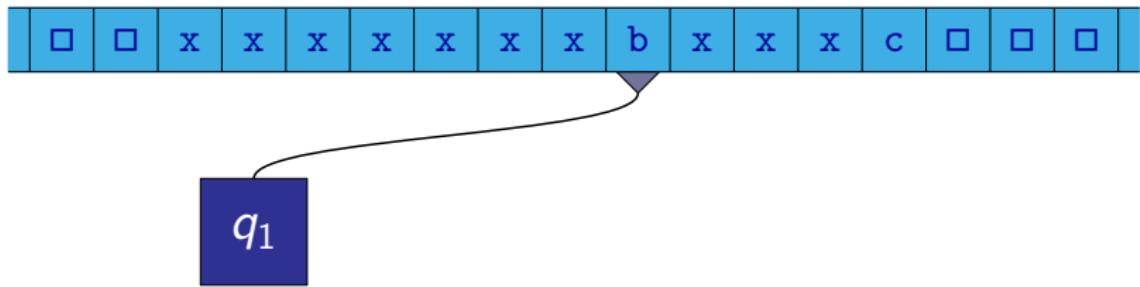
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



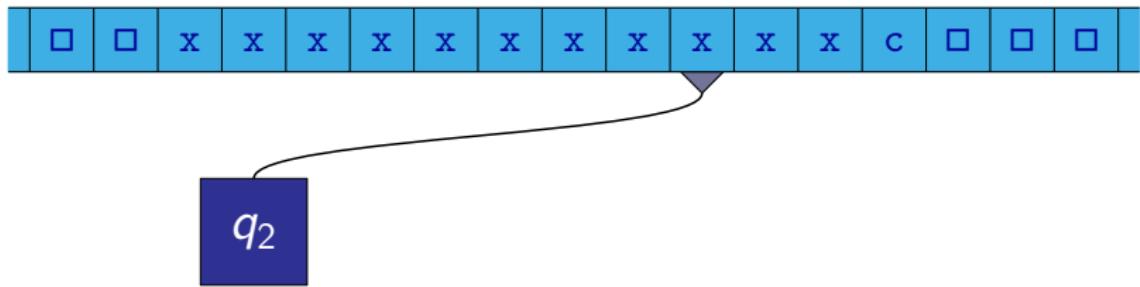
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



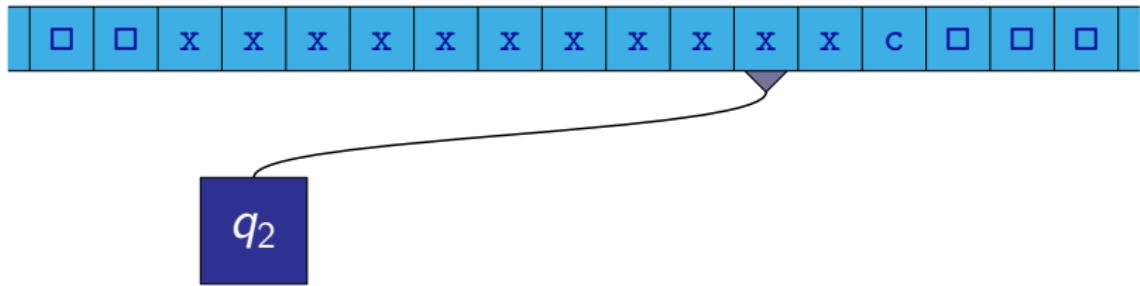
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



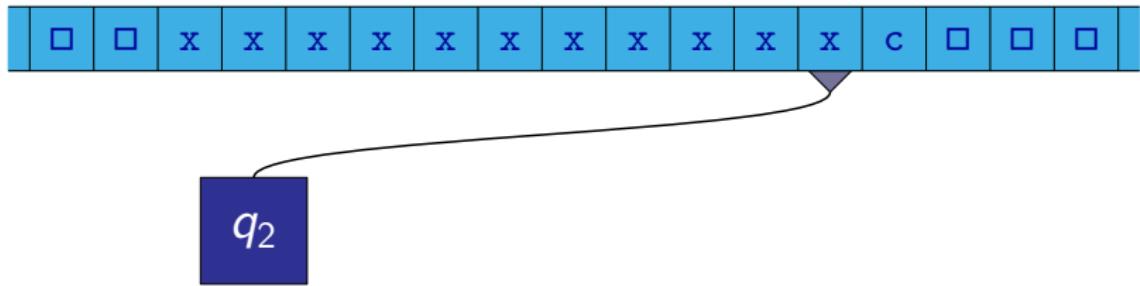
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



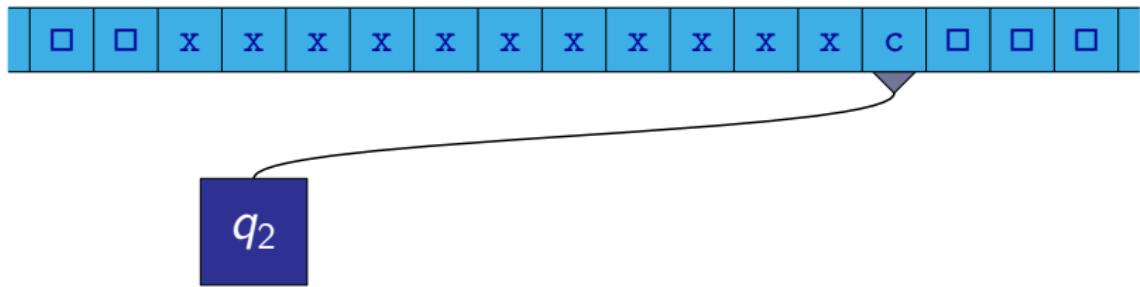
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



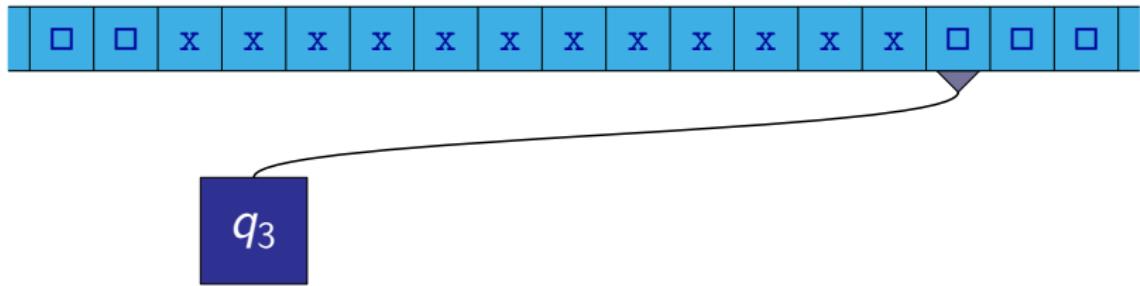
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



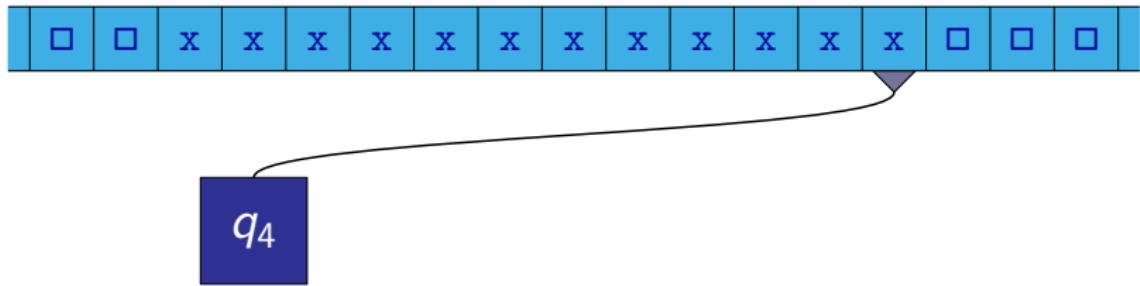
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



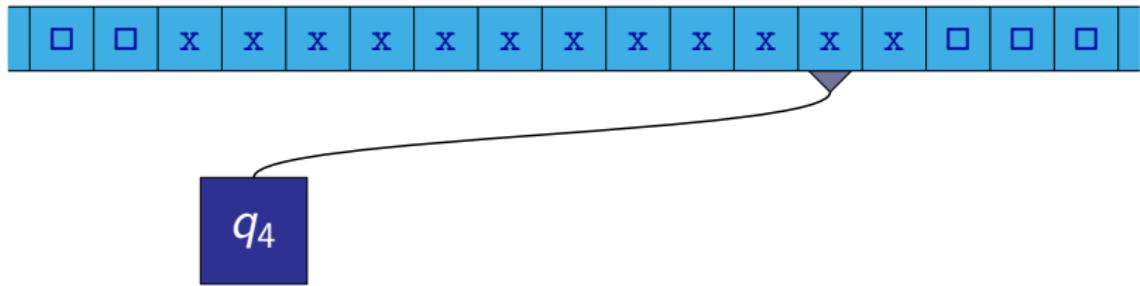
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



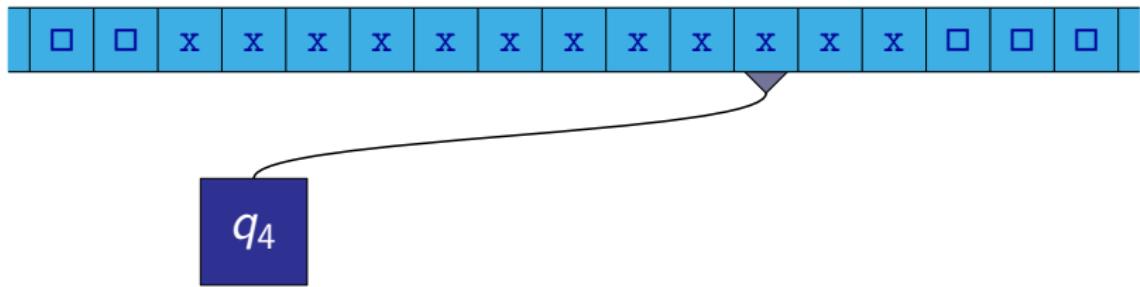
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



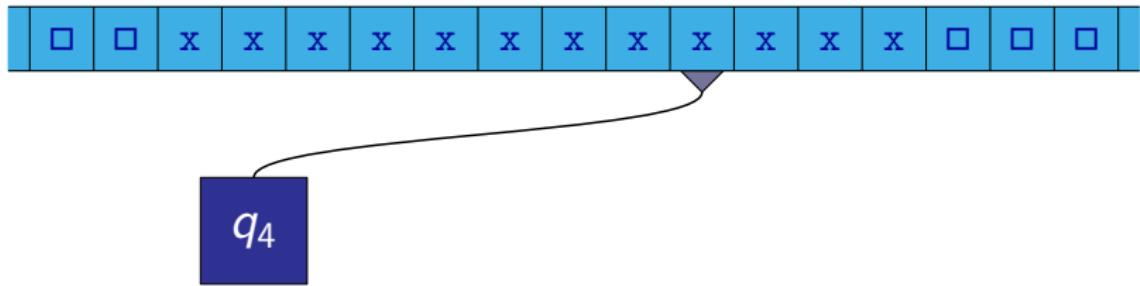
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



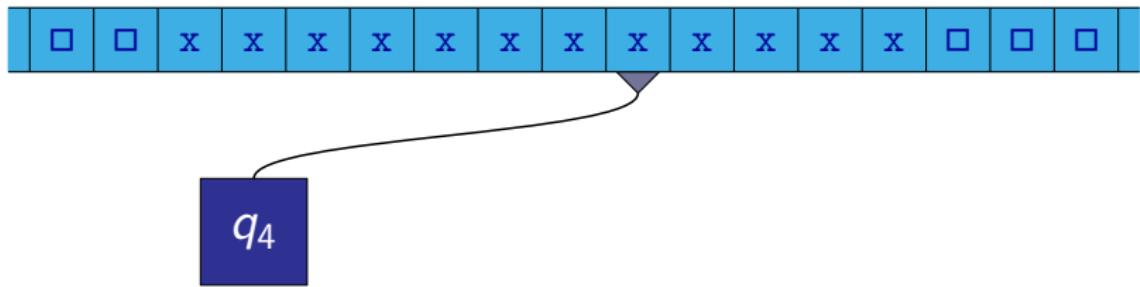
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



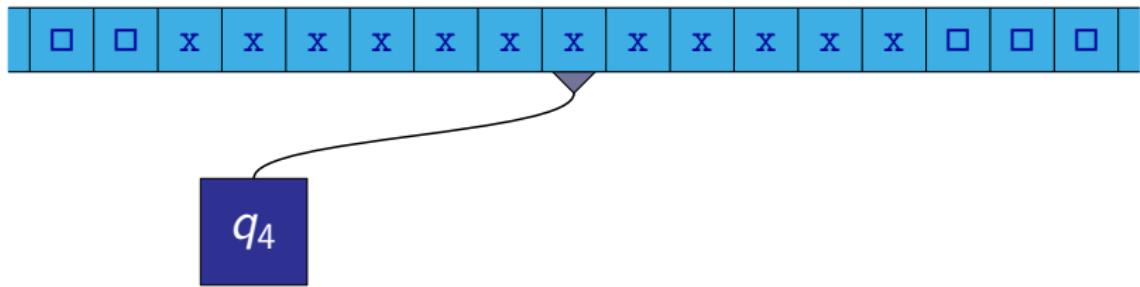
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



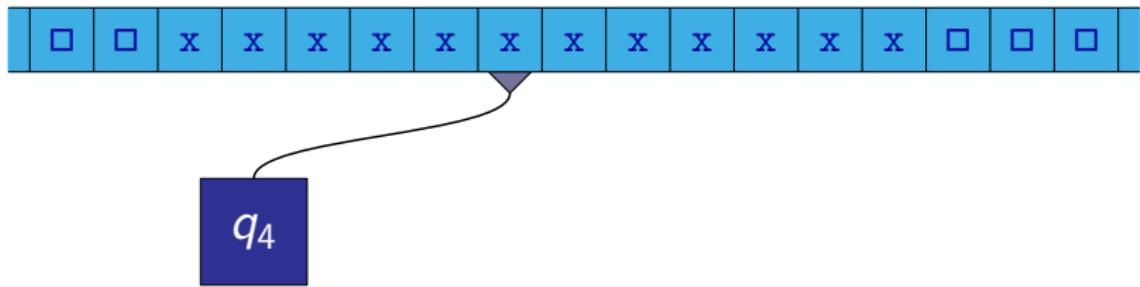
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



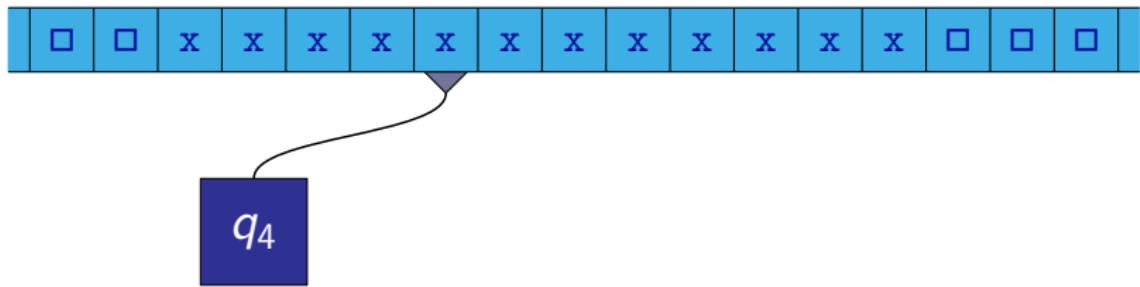
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



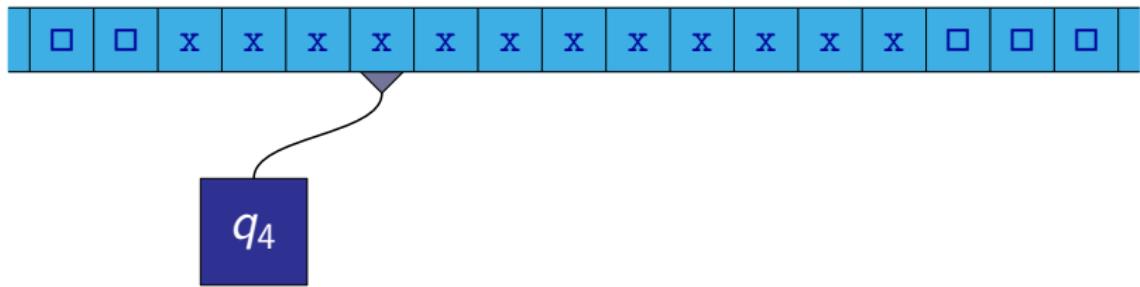
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



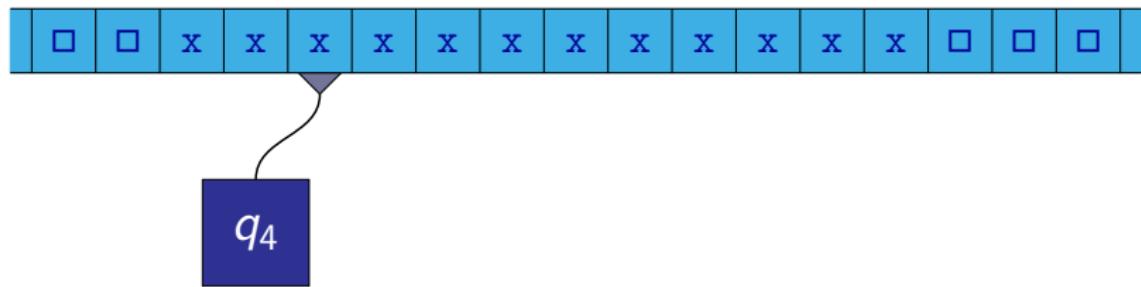
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



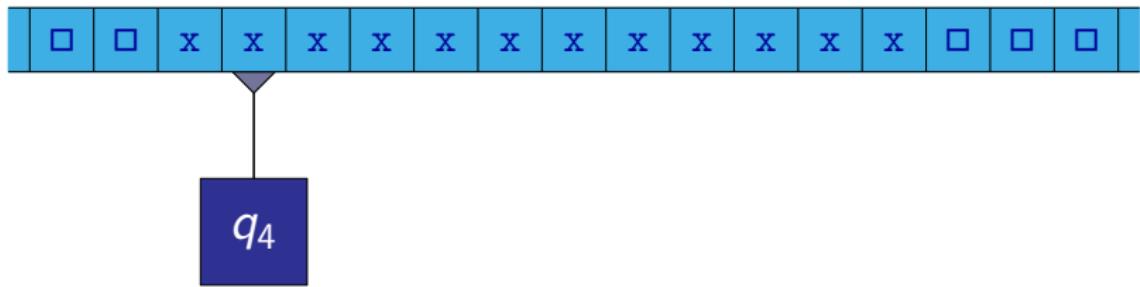
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



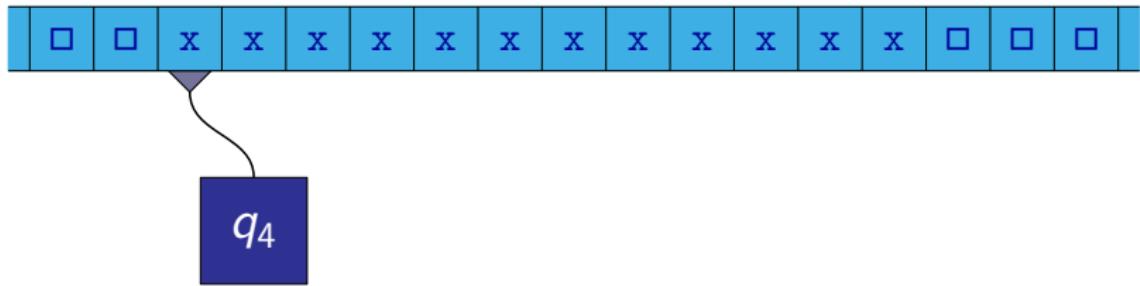
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



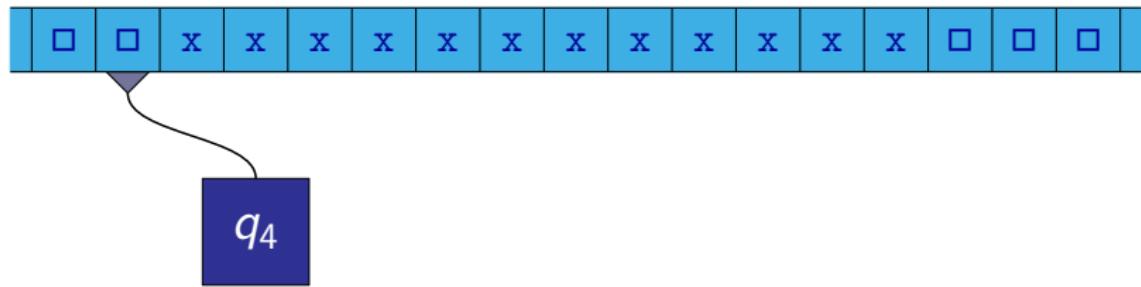
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



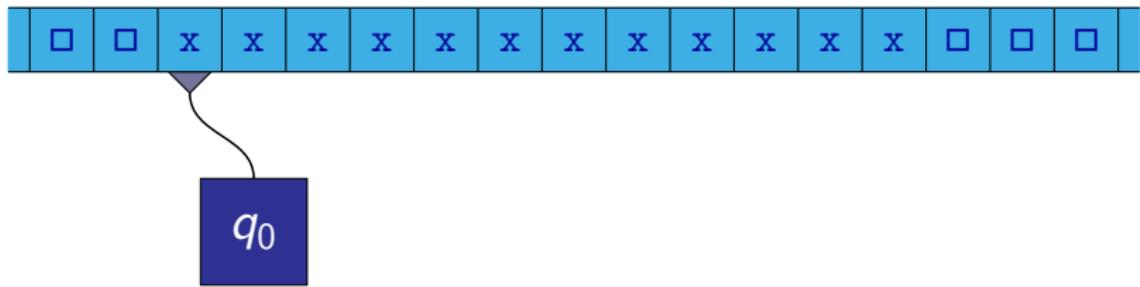
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



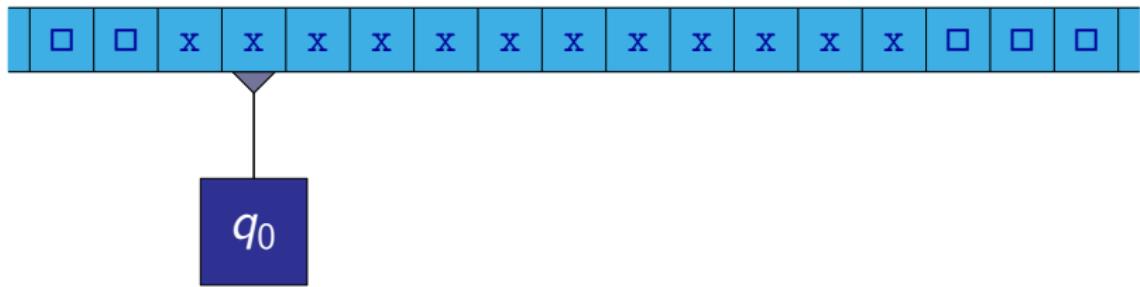
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



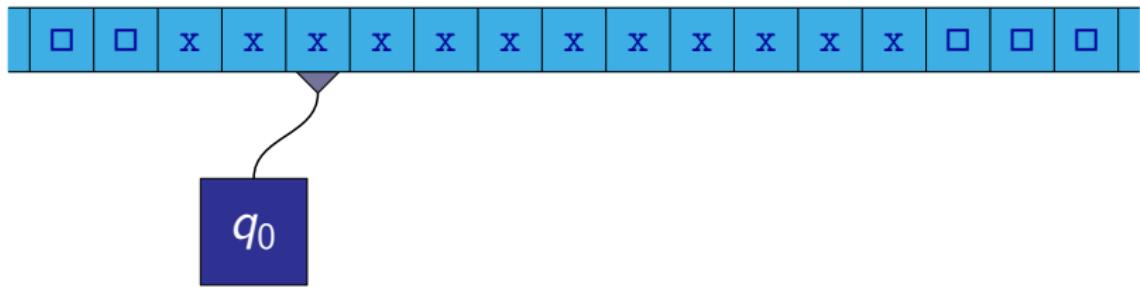
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



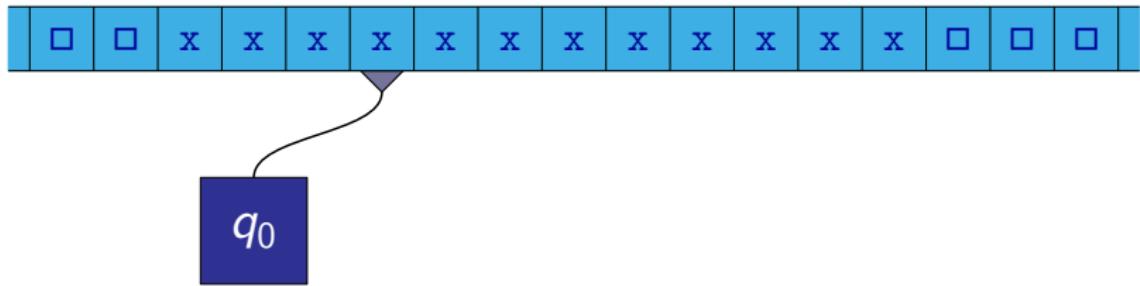
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



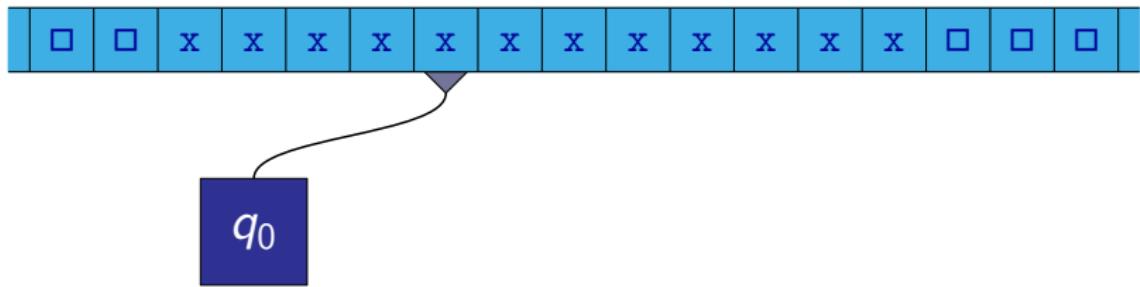
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



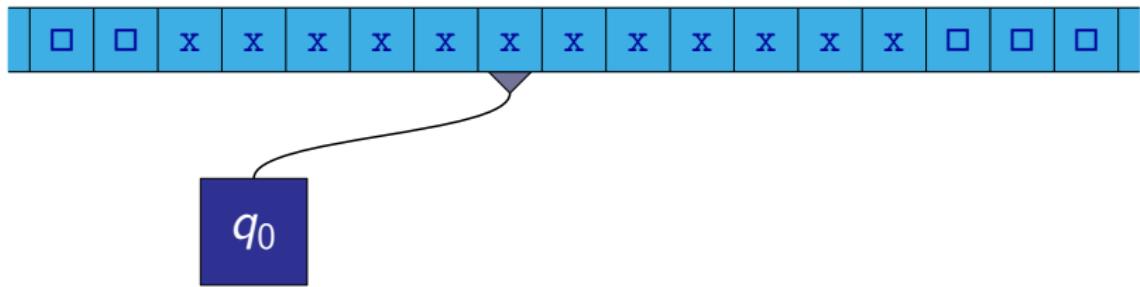
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



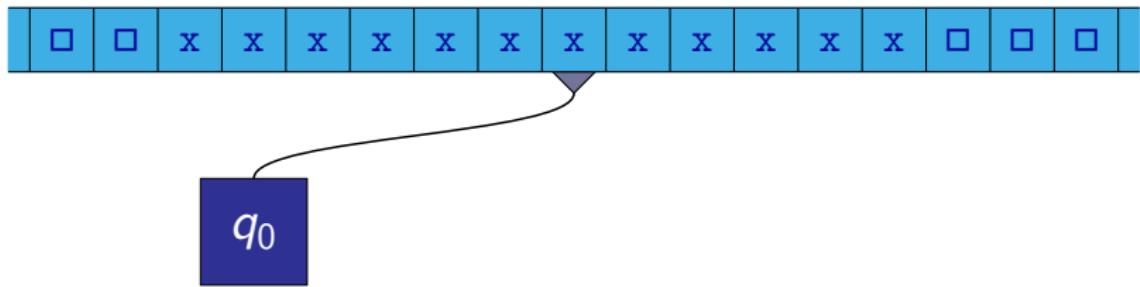
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



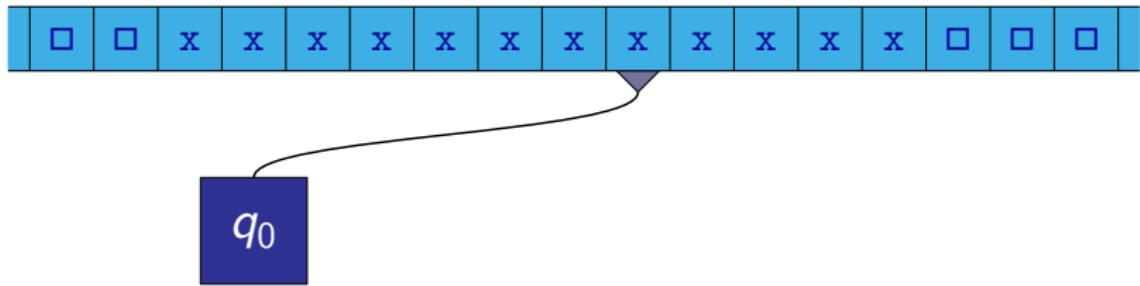
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



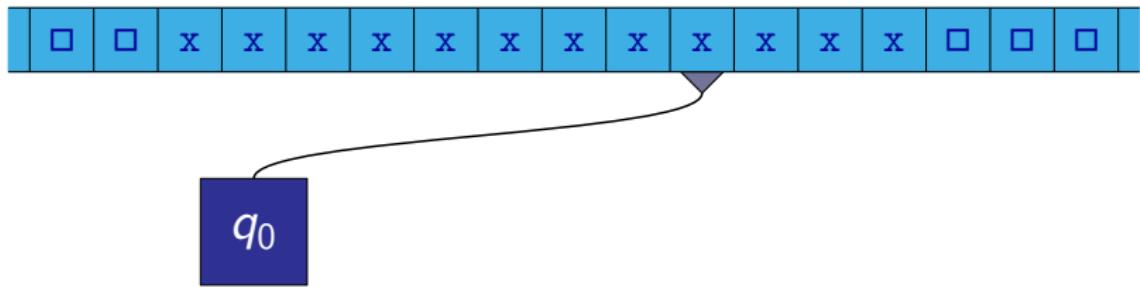
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



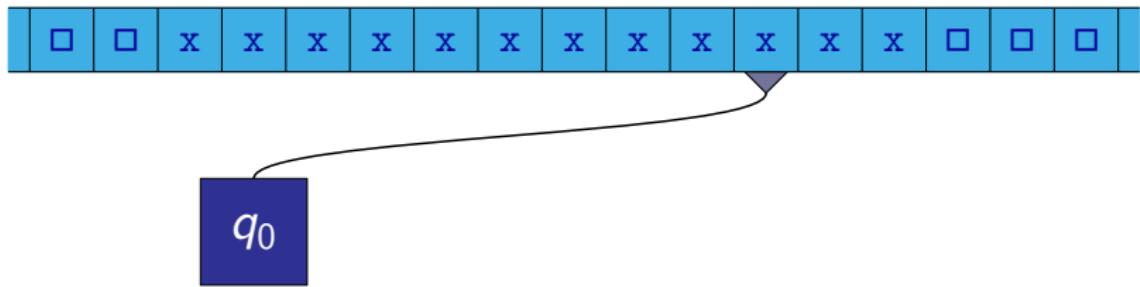
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



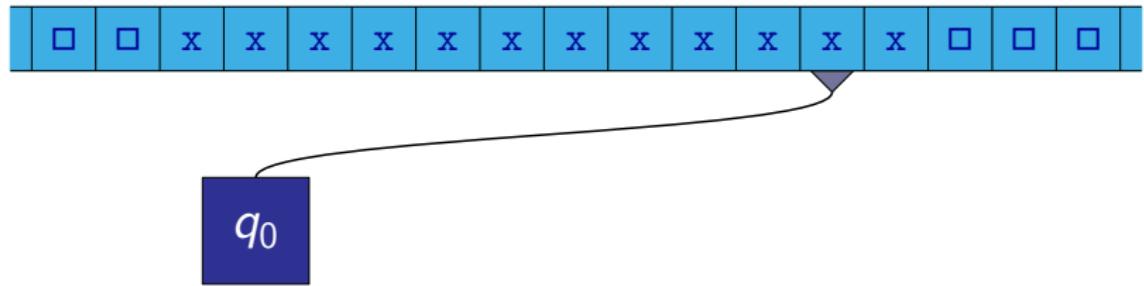
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\} \quad F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$$

$$\Sigma = \{a, b, c\} \quad \Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



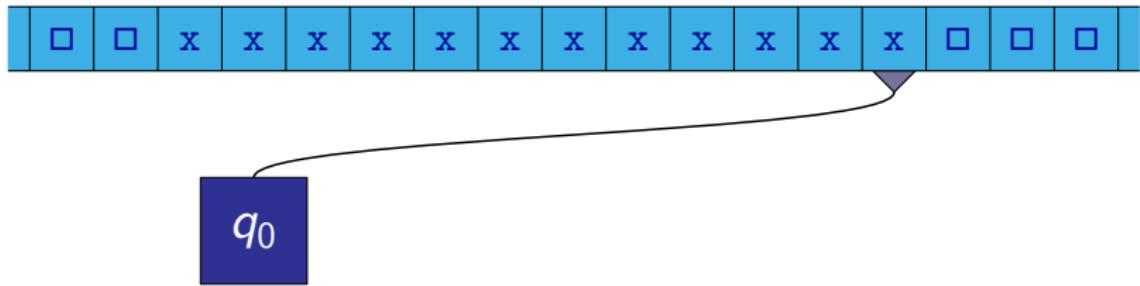
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



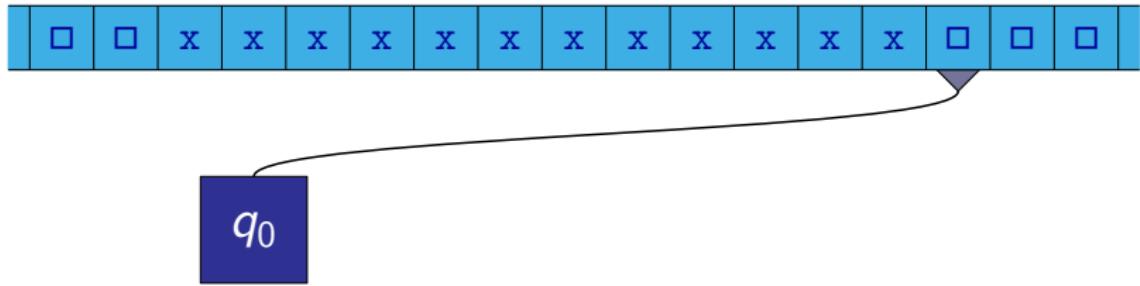
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\} \quad F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$$

$$\Sigma = \{a, b, c\} \quad \Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



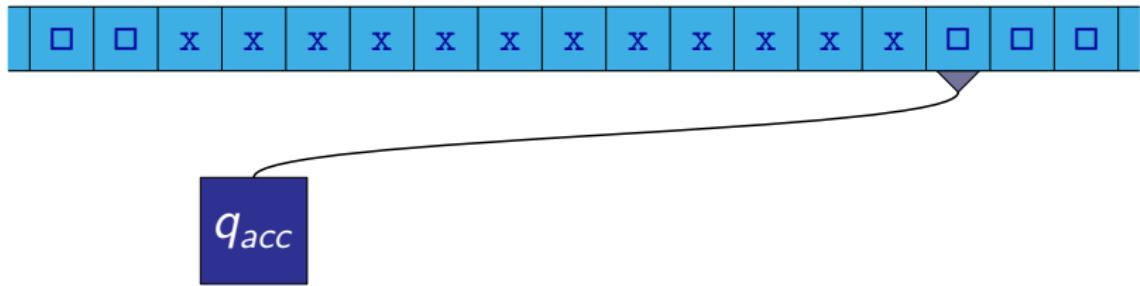
# Turingův stroj

Jazyk  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

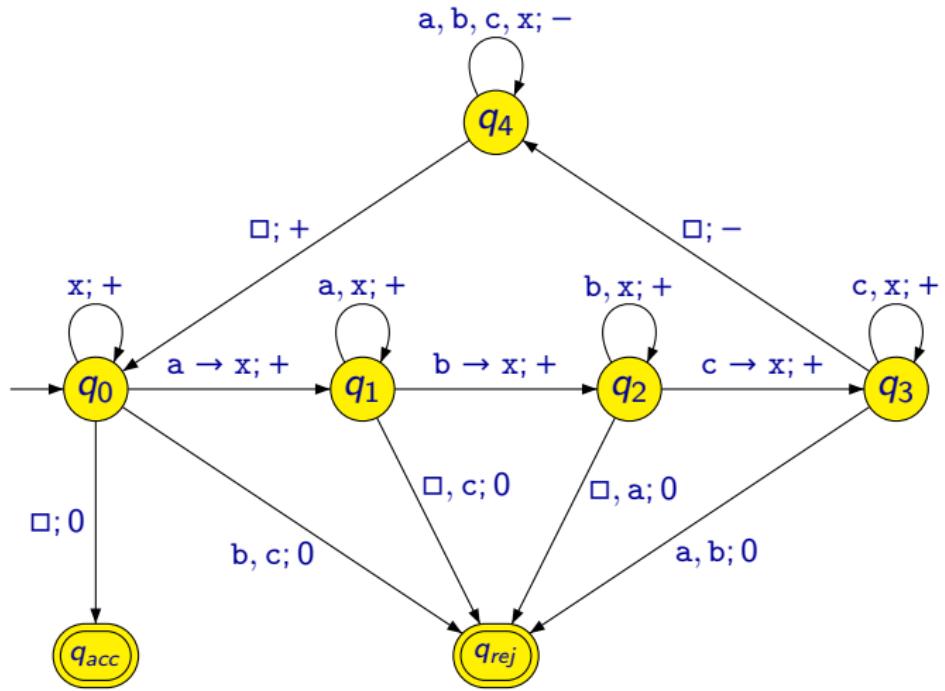
$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{acc}, q_{rej}\}$        $F = \{q_{acc}, q_{rej}\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$        $\Gamma = \{\square, a, b, c, x\}$

$\delta$	$\square$	a	b	c	x
$q_0$	$(q_{acc}, \square, 0)$	$(q_1, x, +1)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_0, x, +1)$
$q_1$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_1, a, +1)$	$(q_2, x, +1)$	$(q_{rej}, c, 0)$	$(q_1, x, +1)$
$q_2$	$(q_{rej}, \square, 0)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_2, b, +1)$	$(q_3, x, +1)$	$(q_2, x, +1)$
$q_3$	$(q_4, \square, -1)$	$(q_{rej}, a, 0)$	$(q_{rej}, b, 0)$	$(q_3, c, +1)$	$(q_3, x, +1)$
$q_4$	$(q_0, \square, +1)$	$(q_4, a, -1)$	$(q_4, b, -1)$	$(q_4, c, -1)$	$(q_4, x, -1)$



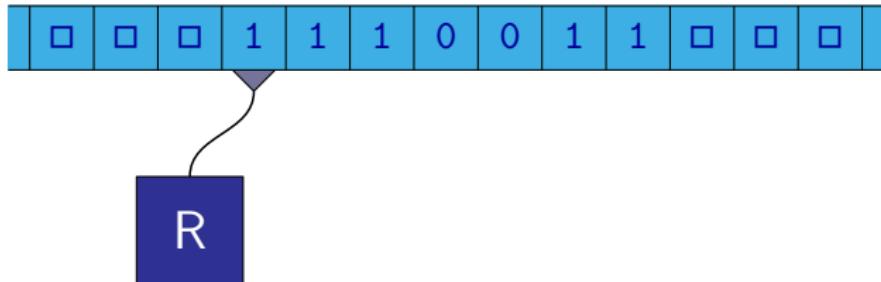
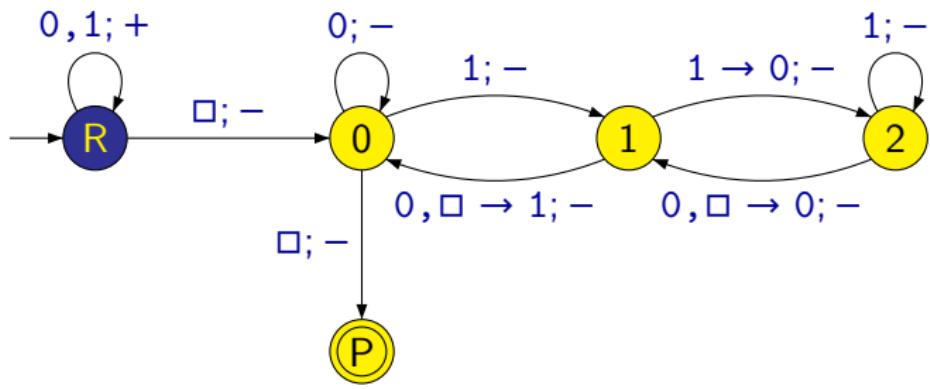
# Turingův stroj



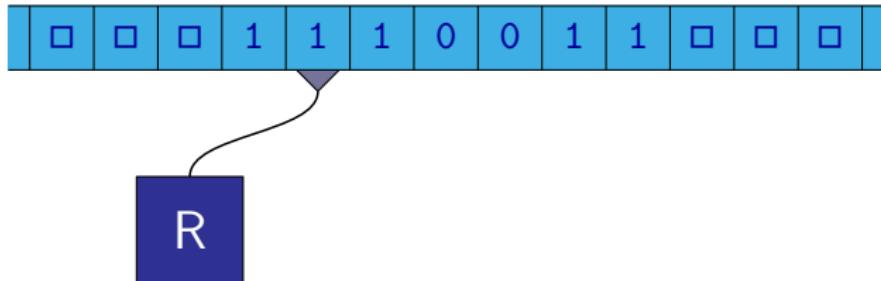
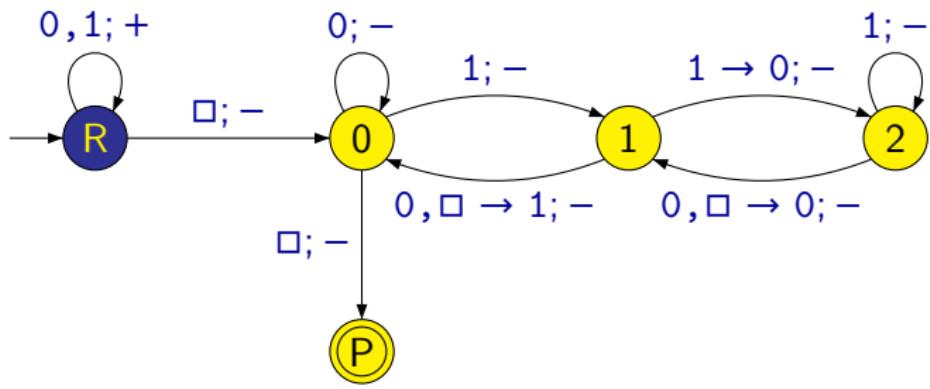
# Turingův stroj

- Turingův stroj nemusí dávat jen odpověď ANO nebo NE, ale může realizovat nějakou funkci, která každému slovu ze  $\Sigma^*$  přiřazuje nějaké jiné slovo (z  $\Gamma^*$ ).
- Slovo přiřazené slovu  $w$  je slovo, které zůstane zapsáno na pásce po výpočtu nad slovem  $w$ , když odstraníme všechny znaky  $\square$ .

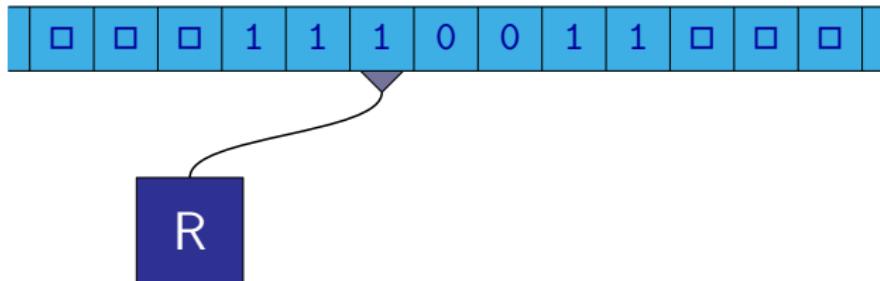
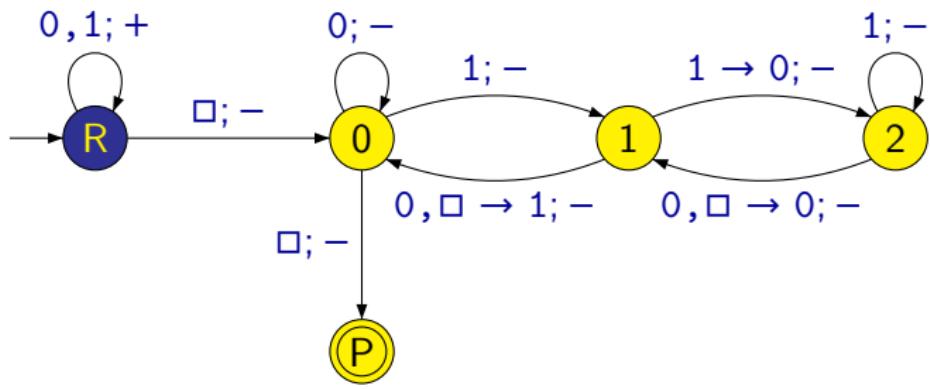
# Turingův stroj – násobení třemi



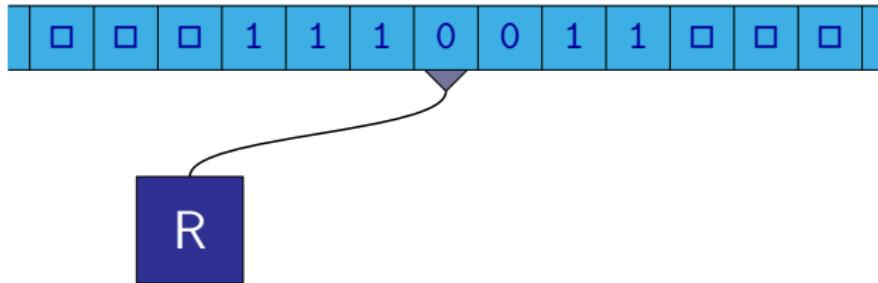
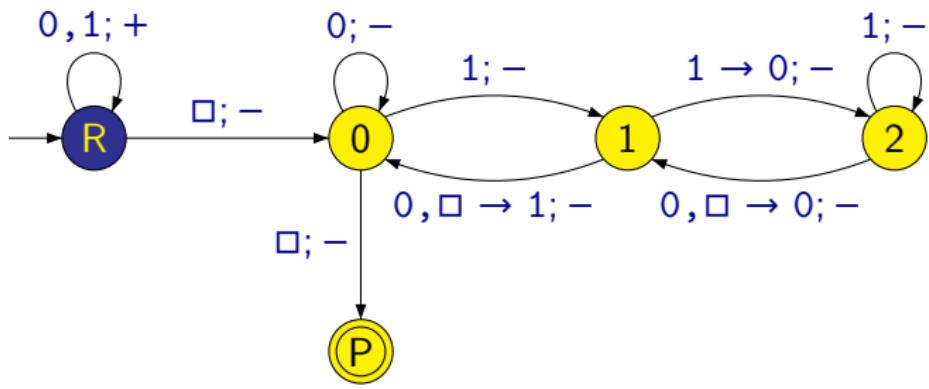
# Turingův stroj – násobení třemi



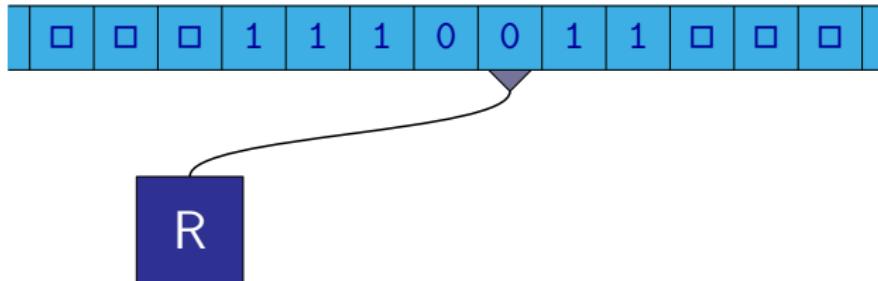
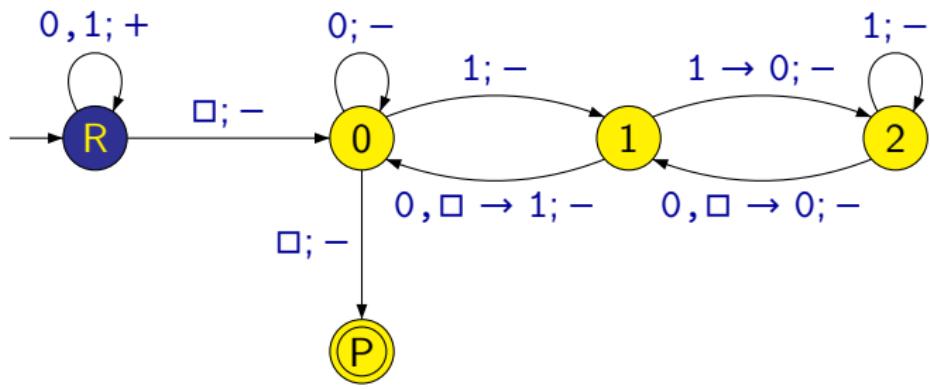
# Turingův stroj – násobení třemi



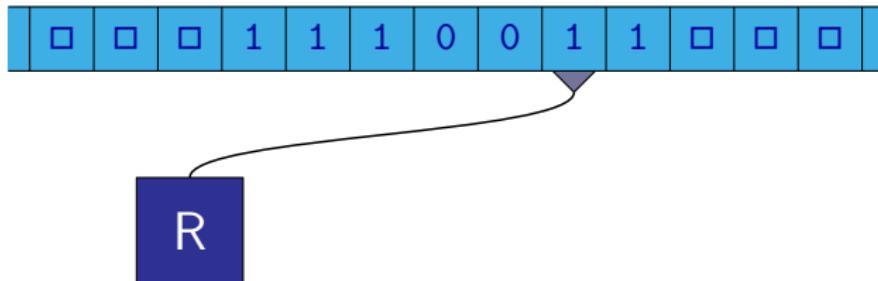
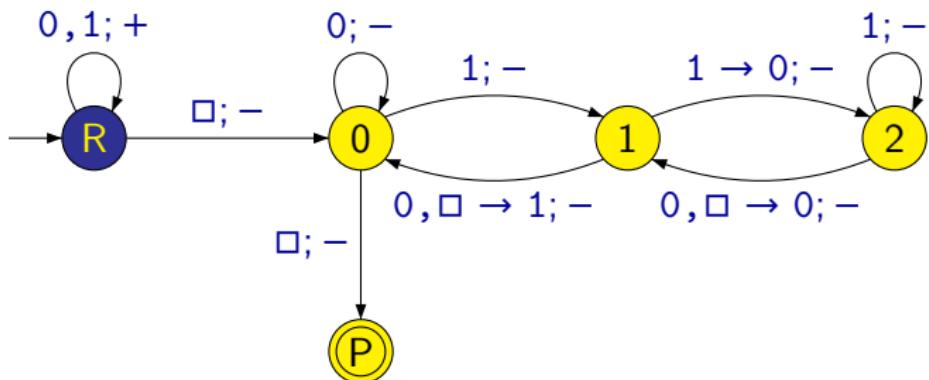
# Turingův stroj – násobení třemi



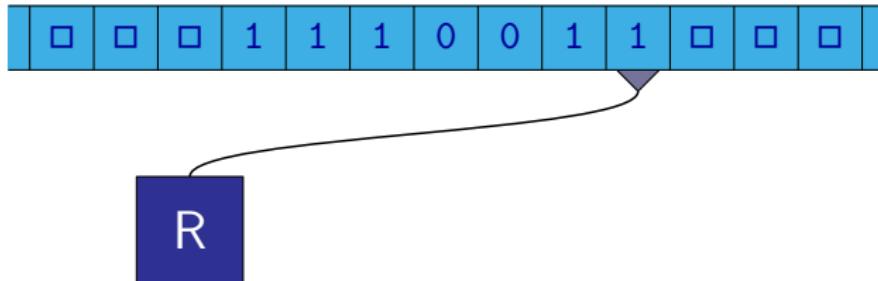
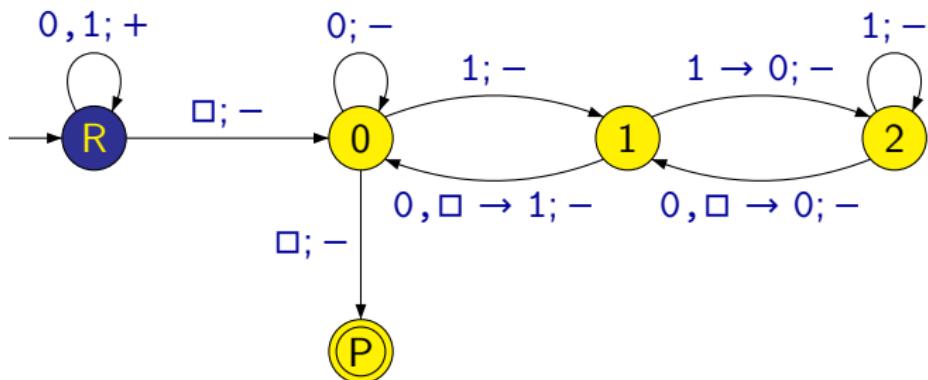
# Turingův stroj – násobení třemi



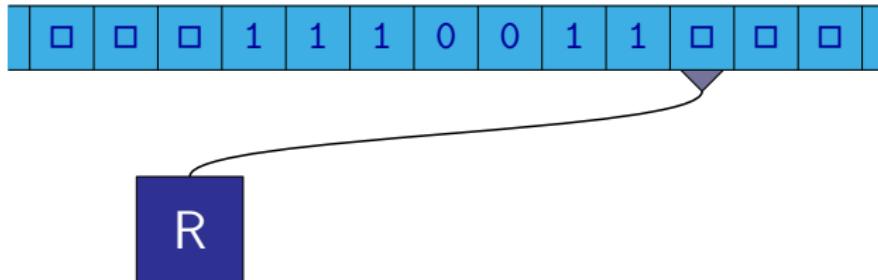
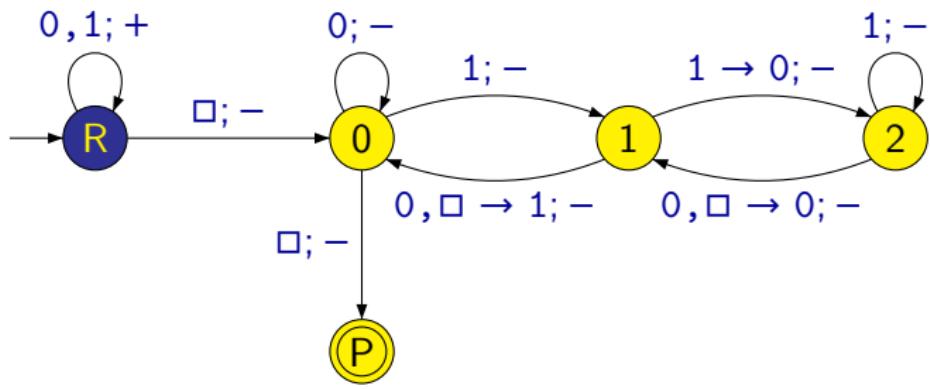
# Turingův stroj – násobení třemi



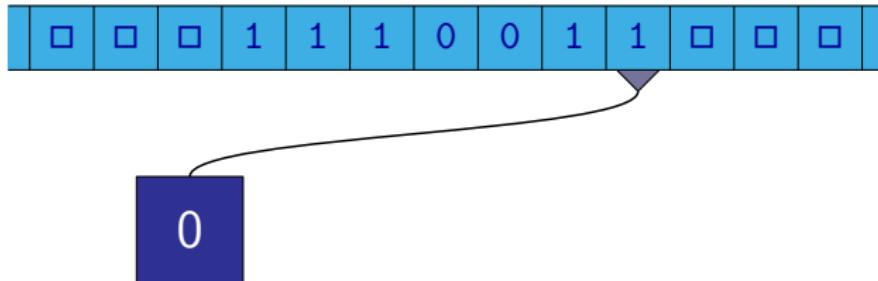
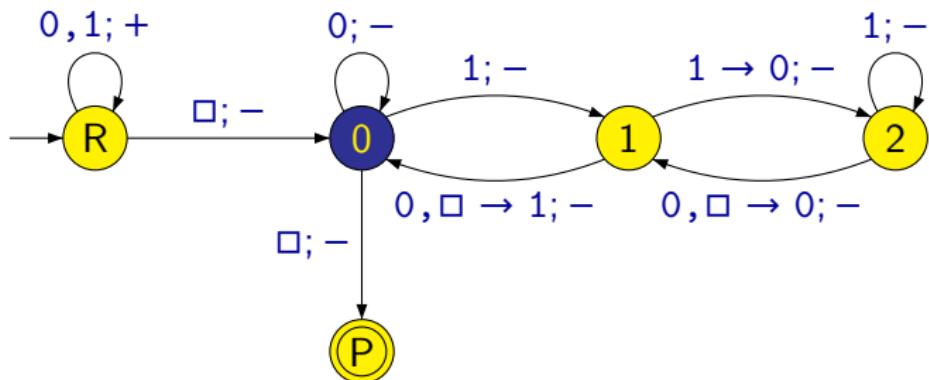
# Turingův stroj – násobení třemi



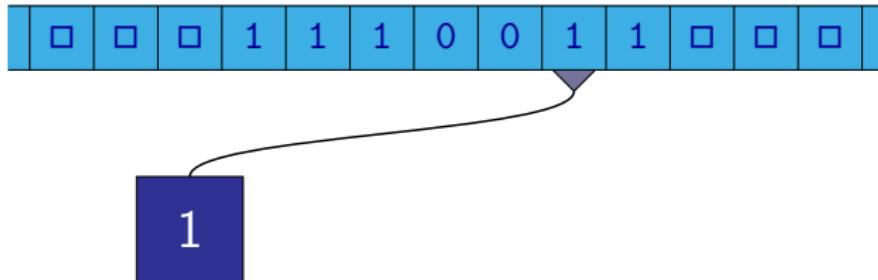
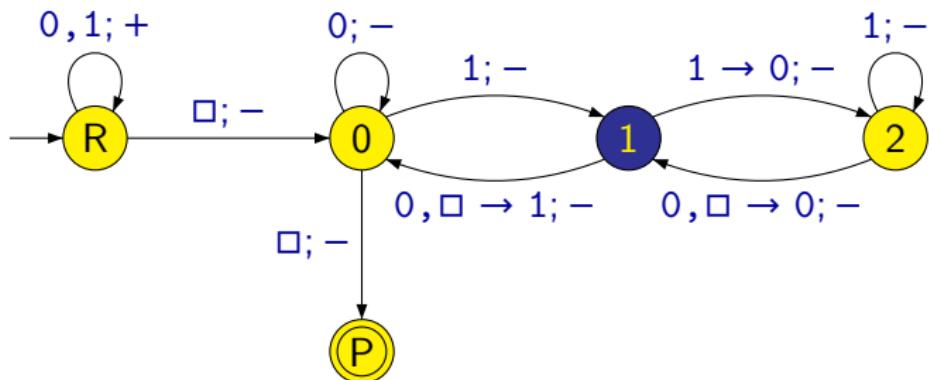
# Turingův stroj – násobení třemi



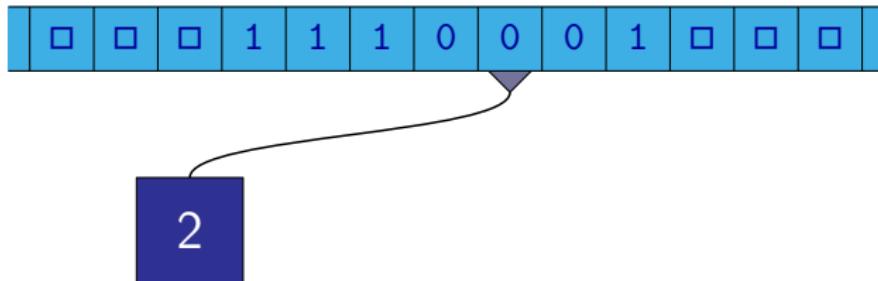
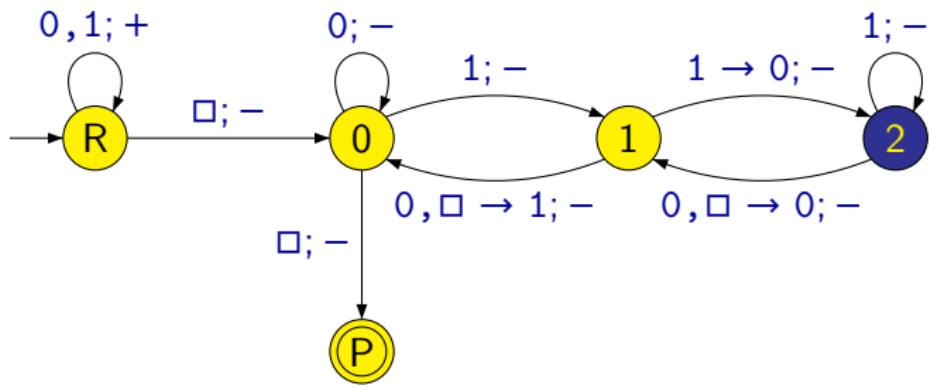
# Turingův stroj – násobení třemi



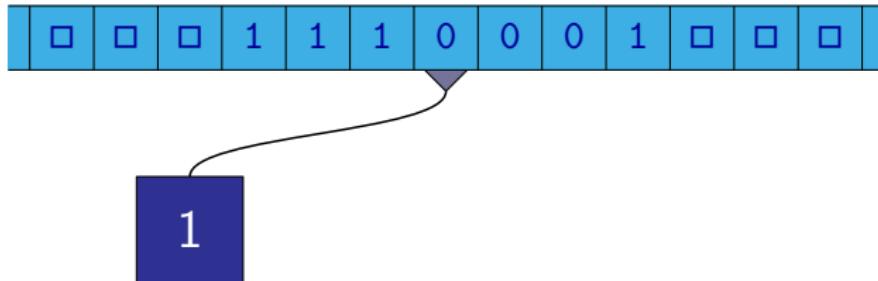
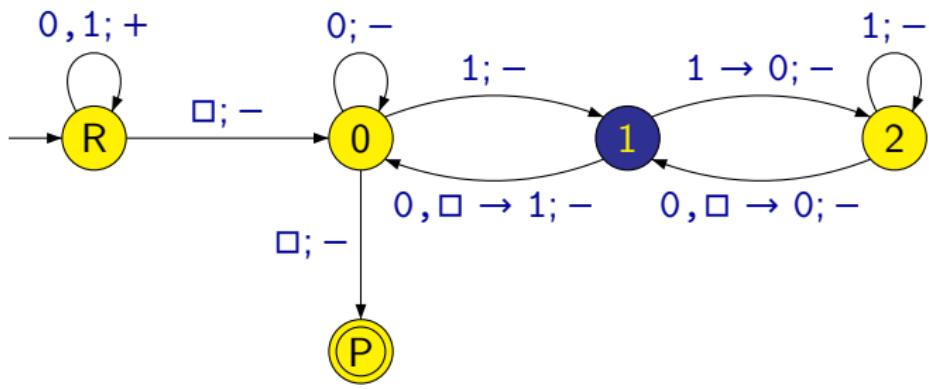
# Turingův stroj – násobení třemi



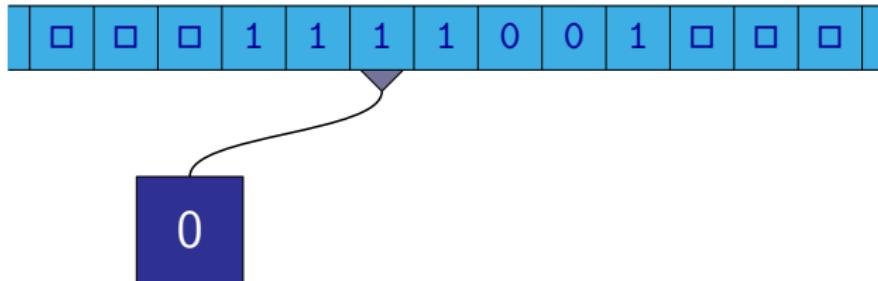
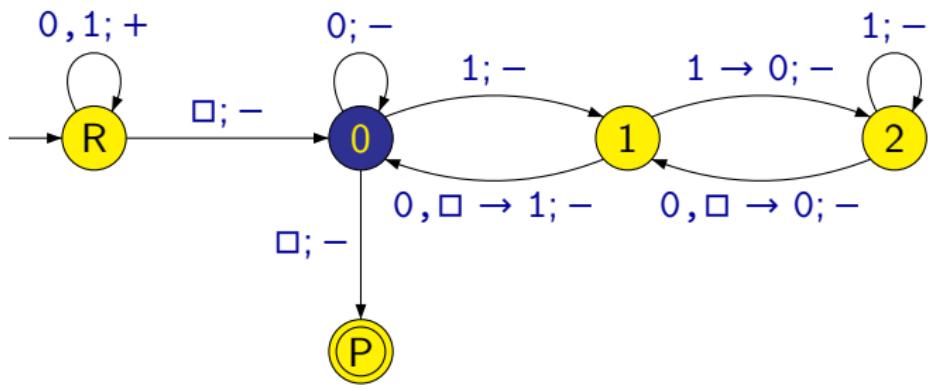
# Turingův stroj – násobení třemi



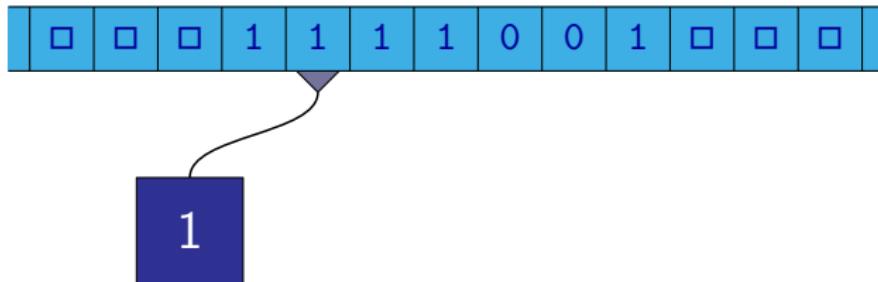
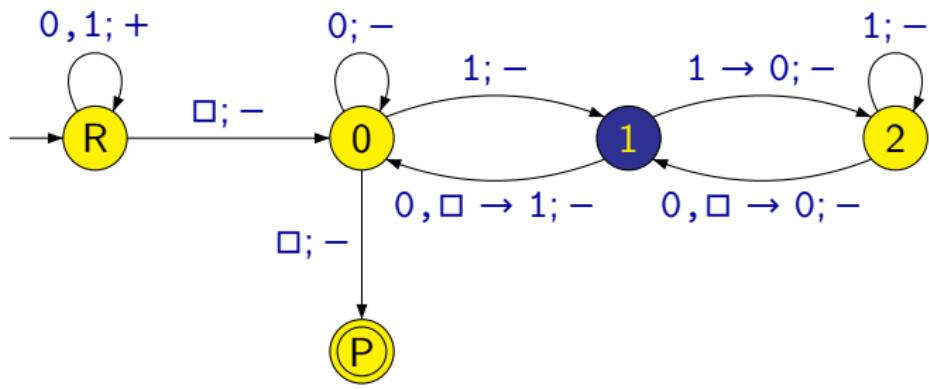
# Turingův stroj – násobení třemi



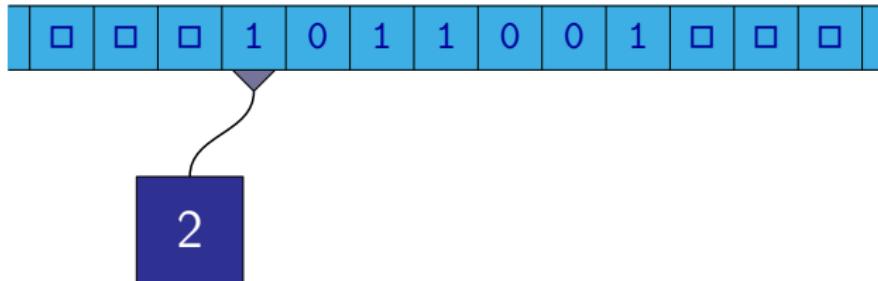
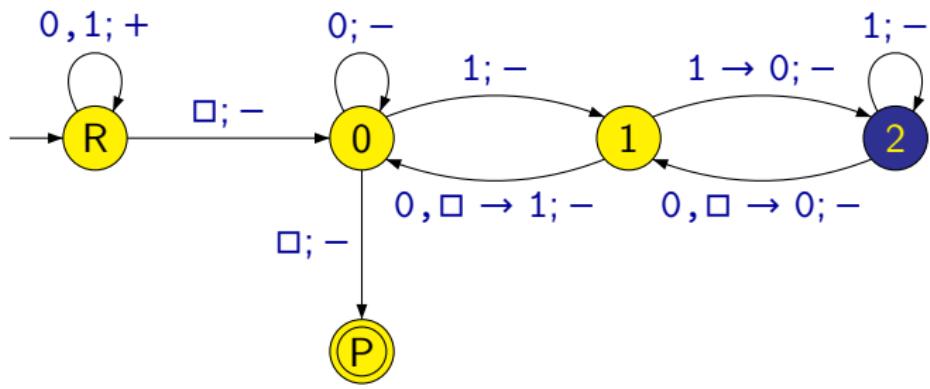
# Turingův stroj – násobení třemi



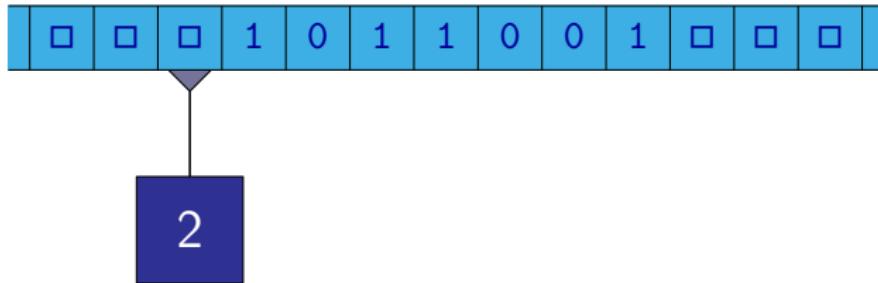
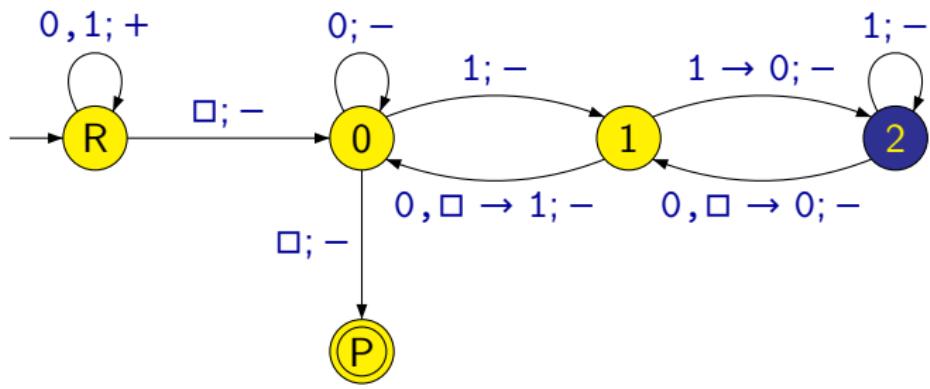
# Turingův stroj – násobení třemi



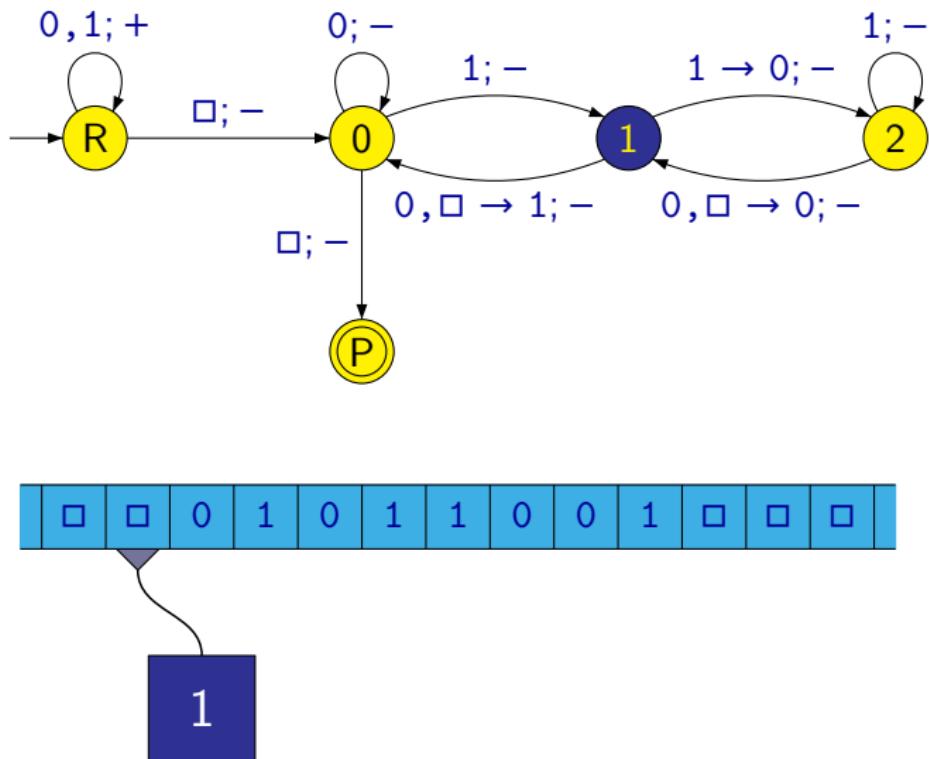
# Turingův stroj – násobení třemi



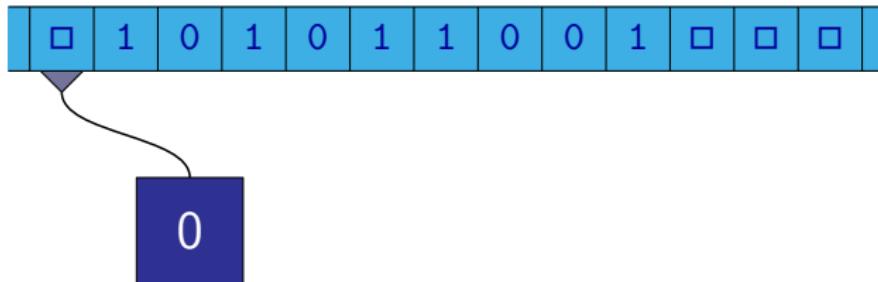
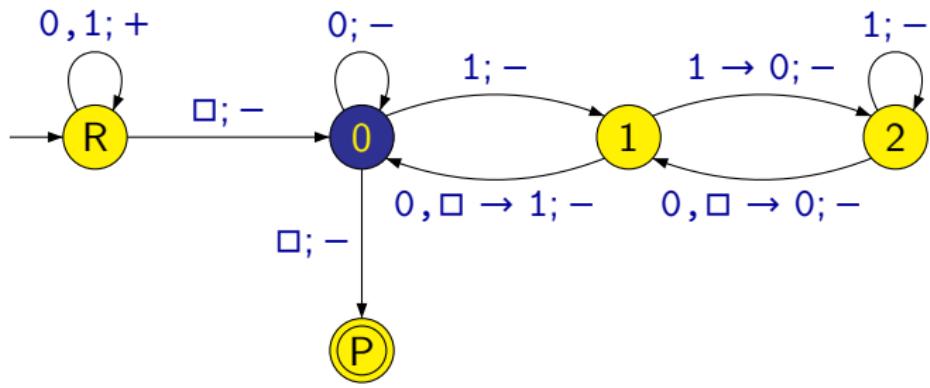
# Turingův stroj – násobení třemi



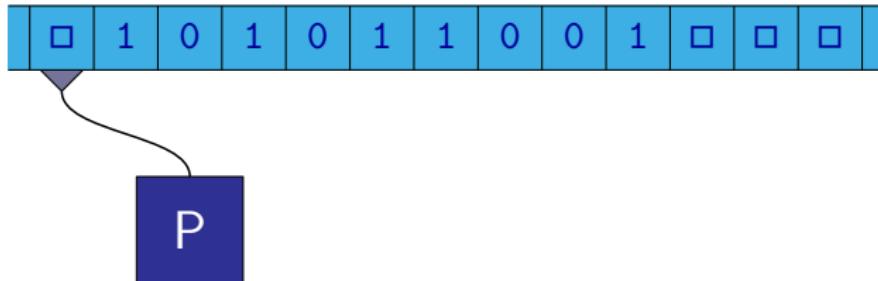
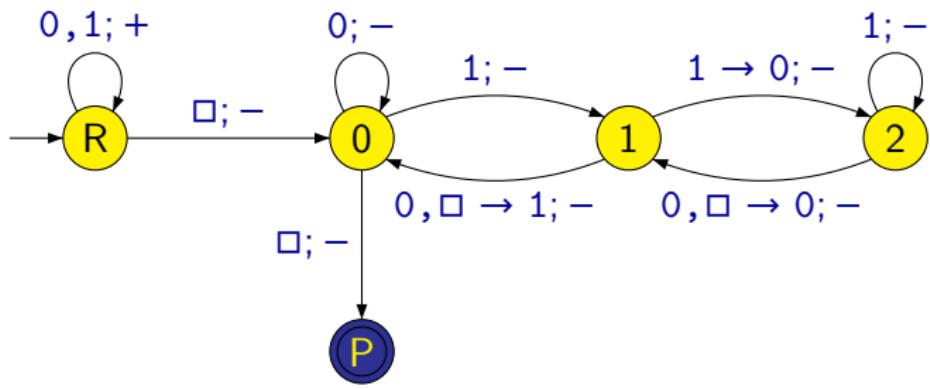
# Turingův stroj – násobení třemi



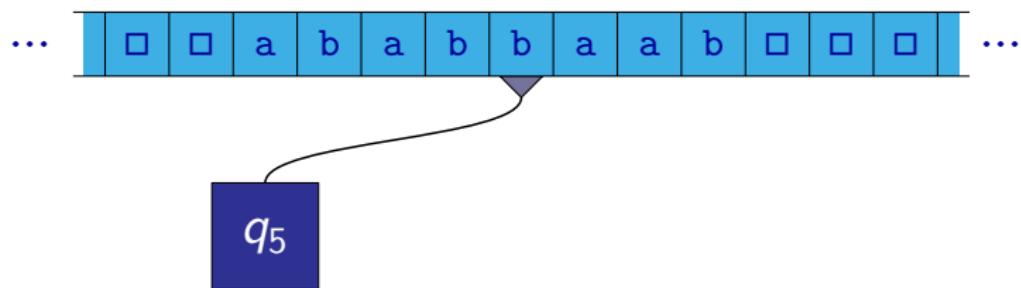
# Turingův stroj – násobení třemi



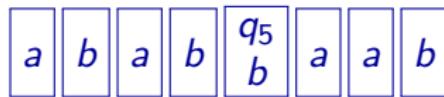
# Turingův stroj – násobení třemi



# Konfigurace Turingova stroje

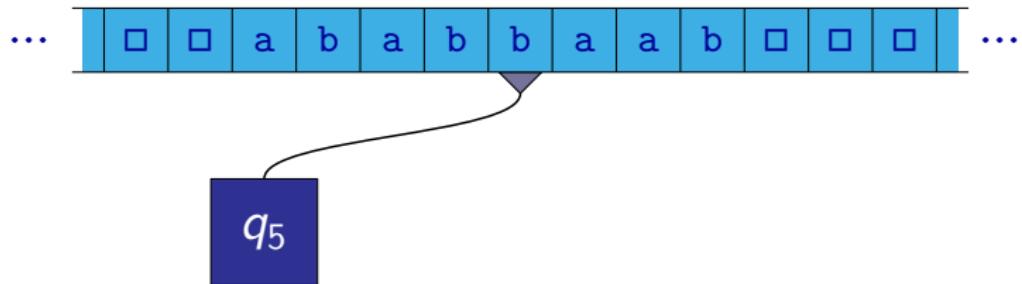


Konfigurace můžeme reprezentovat jako slova v abecedě  $\Delta = \Gamma \cup (Q \times \Gamma)$ :

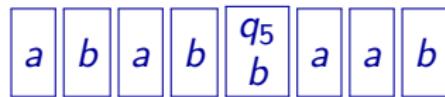


Toto slovo vždy obsahuje právě jeden znak z  $(Q \times \Gamma)$ , který vyznačuje stav řídící jednotky i pozici hlavy.

# Konfigurace Turingova stroje

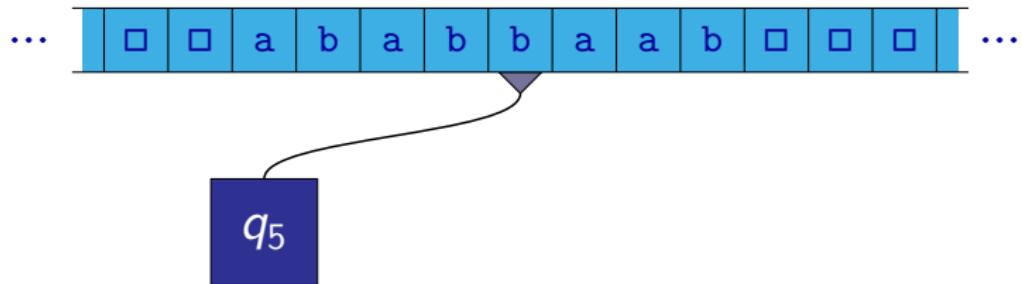


Konfigurace můžeme reprezentovat jako slova v abecedě  $\Delta = \Gamma \cup (Q \times \Gamma)$ :

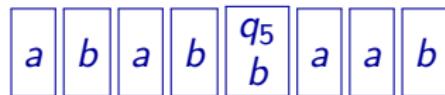


**Poznámka:** Znaky z  $(Q \times \Gamma)$  můžeme též psát jako  $\begin{matrix} q \\ a \end{matrix}$  místo  $(q, a)$ .

# Konfigurace Turingova stroje

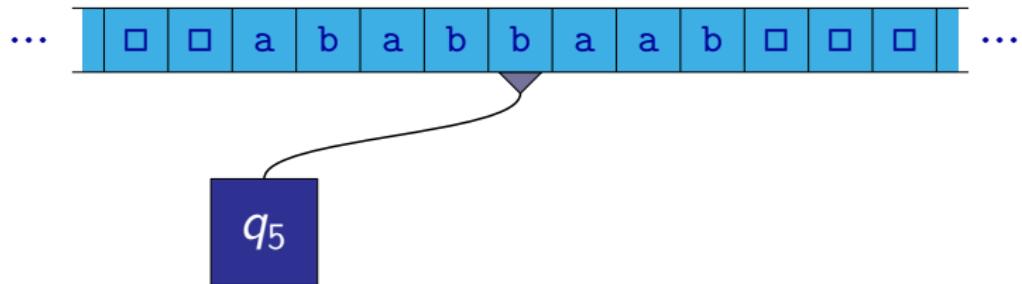


Konfigurace můžeme reprezentovat jako slova v abecedě  $\Delta = \Gamma \cup (Q \times \Gamma)$ :

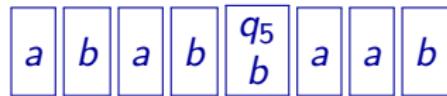


Ostatní symboly (z  $\Gamma$ ) reprezentují obsah pásky.

# Konfigurace Turingova stroje



Konfigurace můžeme reprezentovat jako slova v abecedě  $\Delta = \Gamma \cup (Q \times \Gamma)$ :



Políčka pásky, která nejsou ve slově vyznačena, obsahují symbol .

# Konfigurace Turingova stroje

Označme  $\text{Conf}$  množinu všech konfigurací daného stroje  
 $\mathcal{M} = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$ .

- Pokud budeme reprezentovat konfigurace Turingova stroje  $\mathcal{M}$  výše popsaným způsobem jako slova nad abecedou  $\Delta = \Gamma \cup (Q \times \Gamma)$ , můžeme množinu  $\text{Conf}$  ztotožnit s množinu těch slov nad abecedou  $\Delta$ , která obsahuje právě jeden výskyt symbolu z množiny  $(Q \times \Gamma)$ , tj. s množinou slov tvaru

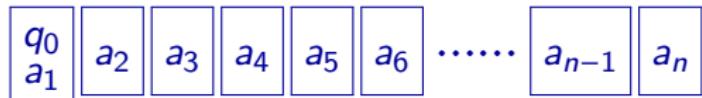
$$u(q, a)v$$

kde  $q \in Q$ ,  $a \in \Gamma$ ,  $u, v \in \Gamma^*$ .

**Poznámka:** Alternativně bychom mohli konfigurace reprezentovat například též jako čtveřice  $(u, q, a, v)$ , kde  $q \in Q$ ,  $a \in \Gamma$ ,  $u, v \in \Gamma^*$ .

# Konfigurace Turingova stroje

**Počáteční konfigurace** konfigurace pro vstup  $w \in \Sigma^*$ , kde  $w = a_1 a_2 \cdots a_n$ , je tak reprezentována slovem



či při použití běžného matematického způsobu zápisu:

$$(q_0, a_1) a_2 a_3 \cdots a_{n-1} a_n$$

**Poznámka:** Pokud je  $w = \varepsilon$ , je počáteční konfigurace reprezentována slovem  $(q_0, \square)$ .

# Výpočet Turingova stroje

Chceme formálně definovat relaci

$$\longrightarrow \subseteq Conf \times Conf$$

obsahující právě ty dvojice konfigurací  $\alpha$  a  $\alpha'$ , pro které platí, že stroj  $\mathcal{M}$  může jedním krokem přejít z konfigurace  $\alpha$  do konfigurace  $\alpha'$ , což budeme zapisovat

$$\alpha \longrightarrow \alpha'$$

# Výpočet Turingova stroje

Ke každé konfiguraci  $\alpha$  tvaru

$$u(q, a)v$$

kde  $q \in (Q - F)$ ,  $a \in \Gamma$ ,  $u, v \in \Gamma^*$ , existuje právě jedna konfigurace  $\alpha'$  taková, že  $\alpha \xrightarrow{} \alpha'$ .

Tato konfigurace  $\alpha'$  je určena přechodovou funkcí  $\delta$ .

Předpokládejme, že  $\delta(q, a) = (q', a', d)$ :

- Pokud  $d = 0$ , pak  $\alpha' = u(q', a')v$ .
- Pokud  $d = -1$ :
  - Pokud  $u = \varepsilon$ , pak  $\alpha' = (q', \square)a'v$ .
  - Pokud  $u = u'b$  (kde  $u' \in \Gamma^*$  a  $b \in \Gamma$ ), pak  $\alpha' = u'(q', b)a'v$ .
- Pokud  $d = +1$ :
  - Pokud  $v = \varepsilon$ , pak  $\alpha' = ua'(q', \square)$ .
  - Pokud  $v = bv'$  (kde  $b \in \Gamma$  a  $v' \in \Gamma^*$ ), pak  $\alpha' = ua'(q', b)v'$ .

# Výpočet Turingova stroje

## Poznámka:

- Páska představuje neomezeně velkou „paměť“, kam si Turingův stroj může zapisovat informace.
- Tato paměť je nekonečná v **potenciálním** smyslu — na každou konfiguraci se můžeme dívat jako na konečný objekt (reprezentovaný například výše popsaným způsobem konečným slovem nad abecedou  $\Delta$ ).

# Výpočet Turingova stroje

- Můžeme si představovat, že stroj nepracuje s nekonečně velkou páskou, ale v každém kroku existuje jen konečný počet políček pásky.
- Když se hlava ocitne na levém či pravém okraji pásky a je potřeba ji posunout mimo dosud existující políčka, doplní se na daný okraj pásky nové políčko se symbolem □.
- Na tento druh kroků se můžeme dívat jako na určitý druh „alokace“ paměti.
- Idealizace spočívá v tom, že předpokládáme, že tato „alokace“ nových políček pásky nikdy neselže.

# Výpočet Turingova stroje

**Koncové konfigurace** jsou konfigurace tvaru

$$u(q, a)v$$

kde  $q \in F$ ,  $a \in \Gamma$ ,  $u, v \in \Gamma^*$ .

Ke koncové konfiguraci  $\alpha$  neexistuje žádná konfigurace  $\alpha'$  taková, že  $\alpha \longrightarrow \alpha'$ .

Výpočet Turingova stroje  $M$  nad slovem  $w$  je pak definován standardně jako konečná či nekonečná posloupnost konfigurací

$$\alpha_0 \longrightarrow \alpha_1 \longrightarrow \alpha_2 \longrightarrow \alpha_3 \longrightarrow \dots$$

kde  $\alpha_0$  je počáteční konfigurace stroje  $M$  pro slovo  $w$ .

# Výpočet Turingova stroje

Později při studiu časové a paměťové složitosti pro nás budou důležité následující dvě hodnoty:

- **počet kroků**, které daný stroj vykoná při výpočtu nad daným slovem
  - tato hodnota reprezentuje dobu výpočtu
- **množství políček pásky**, které daný stroj při výpočtu nad daným slovem navštíví
  - tato hodnota reprezentuje množství použité paměti

# Výpočet Turingova stroje

Formálně můžeme tyto pojmy reprezentovat následovně  
(předpokládáme daný Turingův stroj  $\mathcal{M} = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$ ):

- Funkce

$$\text{time}_{\mathcal{M}} : \Sigma^* \rightarrow \mathbb{N} \cup \{\infty\}$$

Pro  $w \in \Sigma^*$  hodnota  $\text{time}_{\mathcal{M}}(w)$  udává počet kroků, které stroj  $\mathcal{M}$  vykoná při výpočtu nad vstupem  $w$ .

Tj., pokud je tento výpočet konečný a vypadá následovně

$$\alpha_0 \longrightarrow \alpha_1 \longrightarrow \alpha_2 \longrightarrow \alpha_3 \longrightarrow \dots \longrightarrow \alpha_{t-1} \longrightarrow \alpha_t$$

kde  $\alpha_t$  je koncová konfigurace, je  $\text{time}_{\mathcal{M}}(w) = t$ .

V případě nekonečného výpočtu

$$\alpha_0 \longrightarrow \alpha_1 \longrightarrow \alpha_2 \longrightarrow \alpha_3 \longrightarrow \dots$$

je  $\text{time}_{\mathcal{M}}(w) = \infty$ .

# Výpočet Turingova stroje

- Funkce

$$space_{\mathcal{M}} : \Sigma^* \rightarrow \mathbb{N} \cup \{\infty\}$$

Pro  $w \in \Sigma^*$  hodnota  $space_{\mathcal{M}}(w)$  udává počet políček pásky, které stroj  $\mathcal{M}$  během výpočtu nad vstupem  $w$  navštíví.

**Poznámka:** Je zřejmé, že v případě konečného výpočtu je i hodnota  $space_{\mathcal{M}}(w)$  konečná.

V případě nekonečného výpočtu může být hodnota  $space_{\mathcal{M}}(w)$  buď konečná nebo nekonečná.

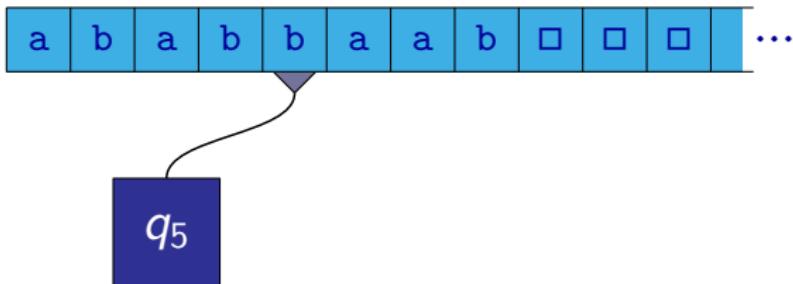
# Varianty Turingových strojů

- Dříve uvedená definice Turingova stroje je jen jednou z mnoha možných variant.
- Uvedeme několik příkladů toho, v čem se mohou některé jiné varianty Turingových strojů lišit.
- Prakticky všechny tyto varianty Turingových strojů jsou schopny přijímat či rozpoznávat tytéž jazyky a počítat tytéž funkce.
- Co se týká doby výpočtu a množství použité paměti, mezi různými variantami mohou, ale nemusí být významné rozdíly.
- Všechny níže uvedené varianty můžeme uvažovat v deterministické i nedeterministické verzi.

# Varianty Turingových strojů

**Jednostranně** či **oboustranně** nekonečná páska:

- V předchozí definici jsme uvažovali pásku, která je nekonečná jak směrem doleva, tak směrem doprava.
- Místo toho se někdy v definici Turingova stroje uvažuje páška, která je nekonečná jen směrem doprava.

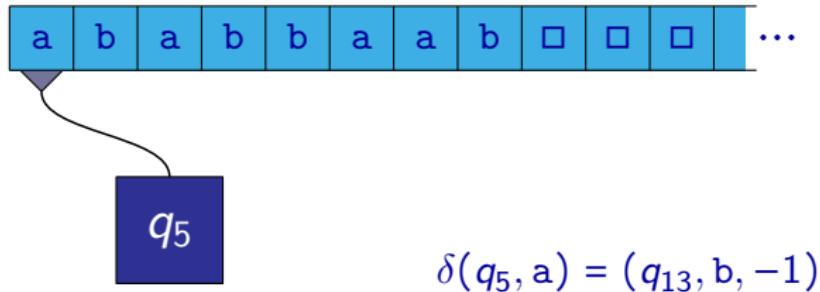


# Varianty Turingových strojů

Je třeba nějak definovat, co se má stát, když se hlava nachází na nejlevějším políčku pásky a má se posunout doleva.

Dvě nejběžnější možnosti:

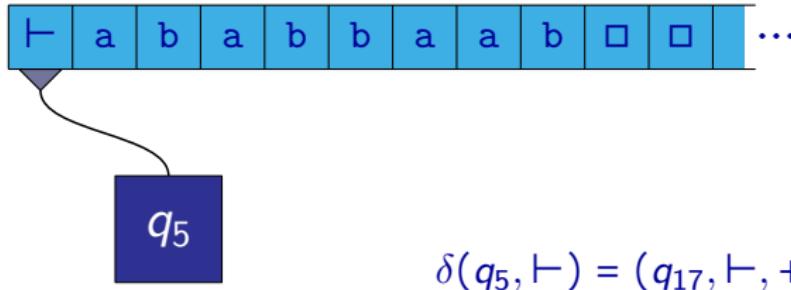
- Nastane „chybový“ stav, kdy se výpočet (neúspěšně) ukončí:



# Varianty Turingových strojů

- Na levém konci pásky je „zarážka“ reprezentovaná speciálním symbolem  $\vdash \in (\Gamma - \Sigma)$ .

Tuto zarážku není možné přepsat a není na ní možný pohyb směrem doleva, tj. pro každé  $q \in Q$  platí, že pokud  $\delta(q, \vdash) = (q', b, d)$ , tak  $b = \vdash$  a  $d \in \{0, +1\}$ .



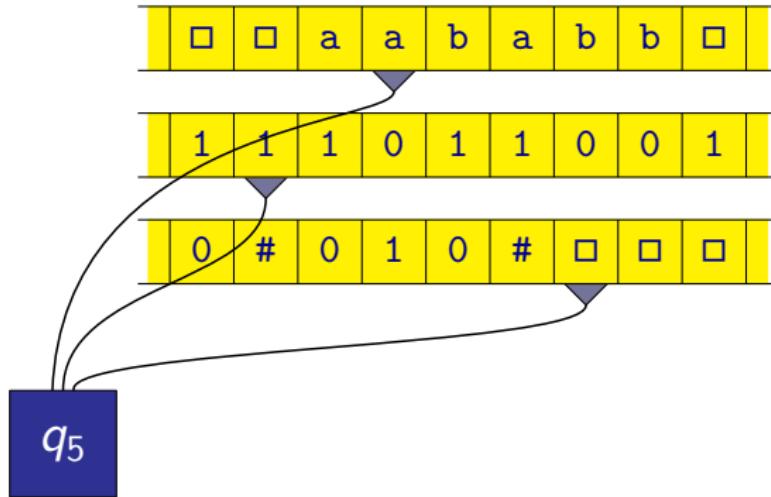
**Poznámka:** S možností, že výpočet může skončit neúspěšně, protože nastane nějaká chyba, kdy z dané konfigurace není možné pokračovat, ale přitom to není koncová konfigurace, se setkáme i u řady dalších strojů, kterými se budeme zabývat.

Obecně mohou při výpočtu libovolného stroje nastat následující případy:

- Výpočet skončí úspěšně v koncové konfiguraci, která odpovídá korektnímu zastavení.
- Výpočet skončí neúspěšně v konfiguraci, která není koncová, ale není v ní možné pokračovat ve výpočtu — toto chápeme tak, že výpočet skončil chybou.
- Výpočet se nikdy nezastaví.

# Varianty Turingových strojů

Často se také uvažují **vícepáskové Turingovy stroje**.



# Varianty Turingových strojů

V případě vícepáskového stroje:

- Každá z  $k$  pásek má svou vlastní páskovou abecedu, tj. máme páskové abecedy  $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_k$ .
- Přechodová funkce  $\delta$  je typu

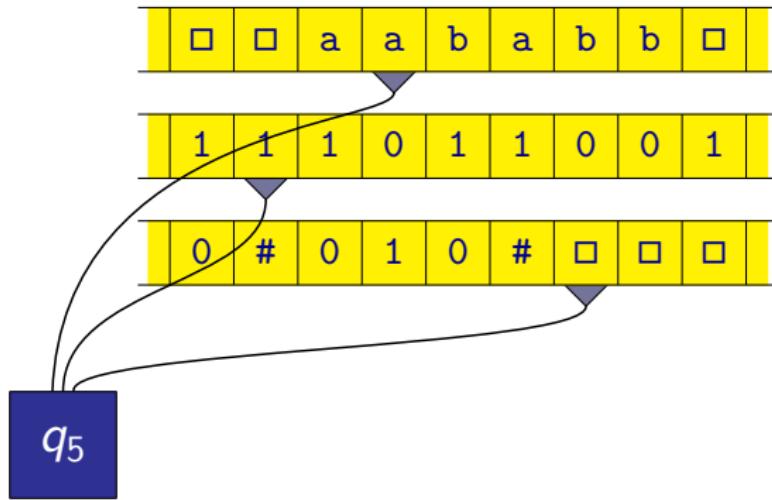
$$(Q - F) \times \Gamma_1 \times \cdots \times \Gamma_k \rightarrow Q \times \Gamma_1 \times \{-1, 0, +1\} \times \cdots \times \Gamma_k \times \{-1, 0, +1\}$$

**Příklad:**

$$\delta(q_5, a, 1, \square) = (q_{12}, a, -1, x, 0, 1, +1)$$

# Varinty Turingových strojů

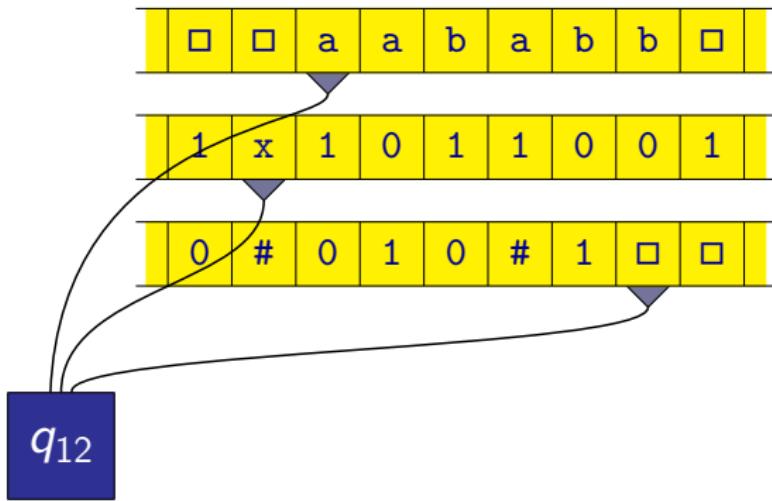
Příklad:



$$\delta(q_5, a, 1, \square) = (q_{12}, a, -1, x, 0, 1, +1)$$

# Varinty Turingových strojů

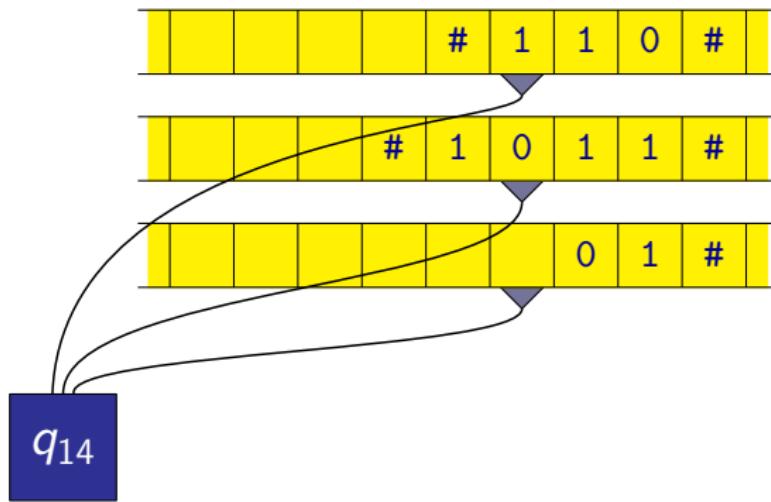
Příklad:



$$\delta(q_5, a, 1, \square) = (q_{12}, a, -1, x, 0, 1, +1)$$

# Varinty Turingových strojů

**Příklad:** Stroj provádějící sčítání dvou binárně zapsaných čísel ohraničených znaky # (např. čísla 6 a 11 budou zapsaná jako slova "#110#" a "#1011#").

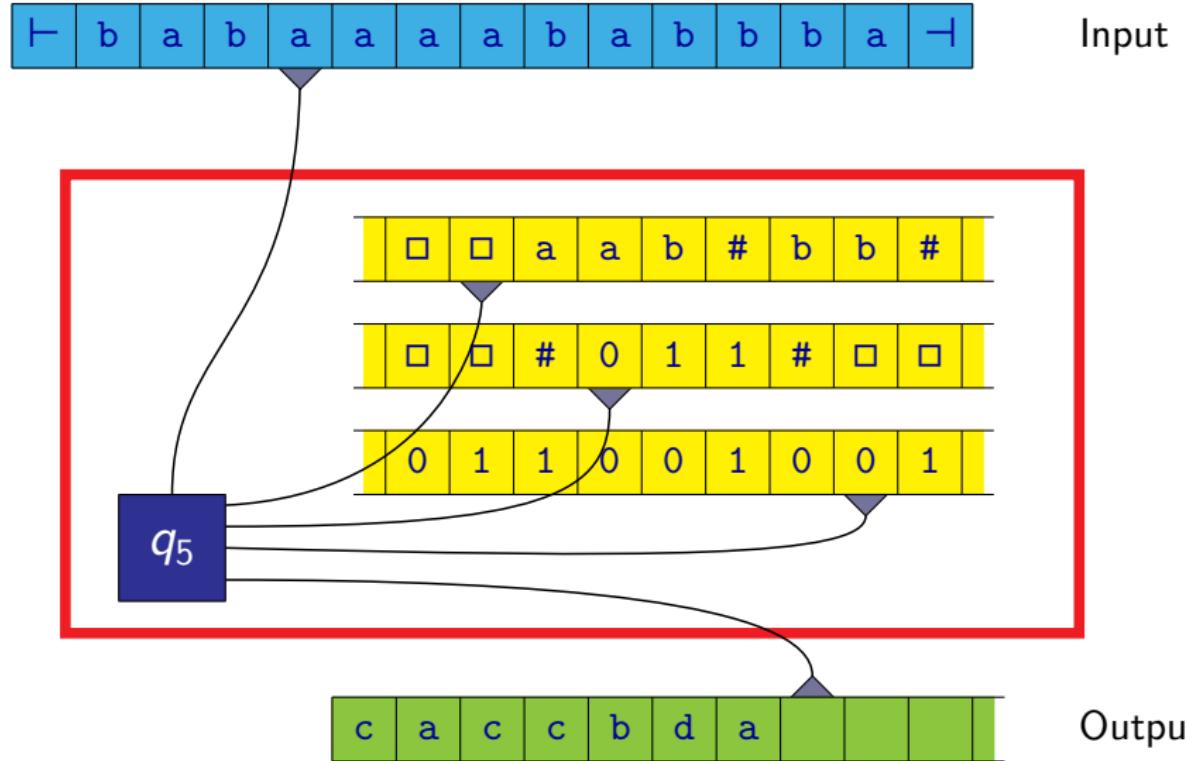


# Varianty Turingových strojů

Vícepáskové stroje mají často jednu z pásek vyčleněnu jako vstupní pásku a jednu z pásek jako výstupní pásku. Ostatní pásky pak používají jako pracovní:

- **Vstupní páska** — obsahuje vstupní slovo, není možné na ni zapisovat (je read-only), není nekonečná
- **Pracovní pásky** — je možné z nich číst i na ně zapisovat (jsou typu read/write), na začátku výpočtu jsou prázdné (obsahují pouze symboly  $\square$ )
- **Výstupní páska** — je na ni možné pouze zapisovat (je write-only), není z ní možné číst, na začátku výpočtu je prázdná, pohyb hlavy je možný jen zleva doprava

# Variancy Turingových strojů



# Varinty Turingových strojů

Pokud má stroj vyčleněnou speciální vstupní pásku (read-only) a speciální výstupní pásku (write-only), tak typicky nejsou tyto pásky započítávány do množství použité paměti.

Hodnota  $space_{\mathcal{M}}(w)$  v takovém případě udává celkové množství buněk na pracovních páskách navštívených během výpočtu.

**Poznámka:** Tako definovat množství použité paměti má smysl především v těch případech, kdy počet použitých políček na pracovních páskách je výrazně menší než velikost vstupu a výstupu.

# Varianty Turingových strojů

Pokud má stroj vyčleněnou speciální vstupní pásku (která je read-only), používají se typicky dvě následující varianty:

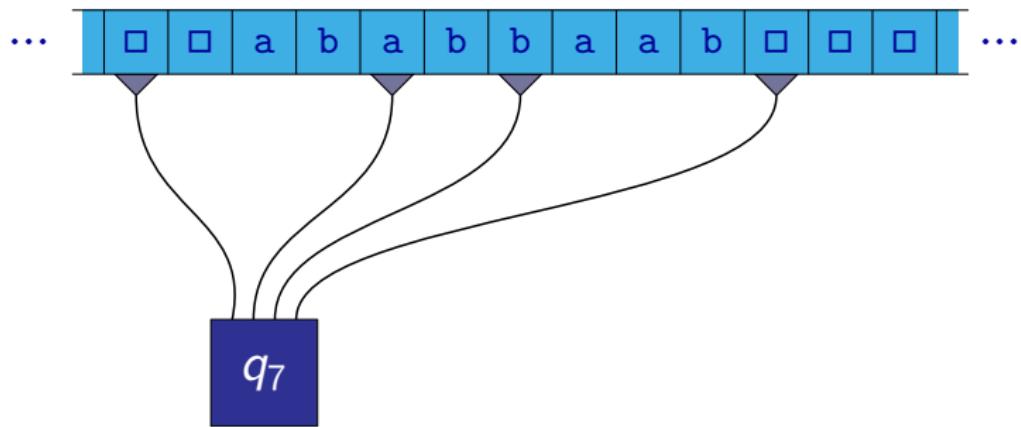
- Na této vstupní pásce je možný pohyb hlavy doleva i doprava.  
Vstupní slovo  $w \in \Sigma^*$  je v takovém případě ohraňičeno zleva a zprava pomocí „zarážek“, tj. speciálních symbolů  $\sqleftarrow, \sqrightarrow \in (\Gamma - \Sigma)$ .
- Na vstupní pásce je možný pohyb hlavy pouze zleva doprava.

**Poznámka:** Varianta s možným pohybem hlavy na obě strany a se zarážkami je obvyklejší.

Pokud nebude řečeno jinak, budeme uvažovat tuto variantu.

# Varianty Turingových strojů

Místo více pásek je možné též uvažovat **více hlav** na jedné pásce:



# Varinty Turingových strojů

V případě více hlav na jedné páscce, je třeba specifikovat:

- Zda se může více hlav nacházet současně na jednom políčku pásky.
- A pokud ano, jak je definováno chování daného stroje v případě, že hlavy nacházející se na stejném políčku budou chtít na toto políčko zapsat rozdílné symboly.
- Zda je daný stroj schopen detekovat to, že se dvě nebo více hlav nacházejí současně na témže políčku.

**Poznámka:** Samozřejmě obecně můžeme uvažovat stroje s více páskami, kde každá z těchto pásek může být vybavena více hlavami.

# Varianty Turingových strojů

Uvažujme stroj s více páskami a s libovolným počtem hlav na každé pásce.

Místo toho, aby stroj pracoval v každém kroku zároveň se všemi hlavami, můžeme jeho činnost popisovat jako „program“ skládající se z jednodušších instrukcí následujících typů:

- posunout danou hlavu o jedno políčko doleva
- posunout danou hlavu o jedno políčko doprava
- zapsat na pozici dané hlavy daný specifikovaný symbol
- přečíst z pozice dané hlavy jeden symbol a provést větvení programu (tj. jít do různých stavů řídící jednotky) v závislosti na tom, o jaký symbol se jedná

# Varianty Turingových strojů

Zatím jsme uvažovali jen **lineární** (jednorozměrné) pásky.

Místo jednorozměrné pásky může mít paměť s políčky (kde každé políčko obsahuje jeden znak z nějaké dané abecedy) nějakoujinou strukturu.

Například:

- dvourozměrná **čtverečková rovina**
  - pohyb hlavy do čtyř směrů: doleva, doprava, nahoru, dolů
- $d$ -rozměrná paměť pro nějaké  $d = 3, 4, \dots$   
(třírozměrná, čtyřrozměrná, atd.)
- paměť organizovaná ve formě (nekonečného) stromu
- ...