Cvičení 5

Ing. Martin Kot

3. listopadu 2003

Relace R na množině A je libovolná podmnožina kartézského součinu $A \times A = A^2$. Tedy $R \subseteq A^2$.

Relace R je:

Reflexivní - $(x, x) \in R$ pro všechna $x \in A$

Symetrická - $(x, y) \in R \Leftrightarrow (y, x) \in R$ pro všechna $x, y \in A$

Antisymetrická - $(x, y) \in R \wedge (y, x) \in R \Rightarrow x = y$ pro všechna $x, y \in A$

Tranzitivní - $(x, y) \in R \wedge (y, z) \in R \Rightarrow (x, z)$ pro všechna $x, y, z \in A$

Tranzitivní, symetrická a reflexivní relace se nazývá ekvivalence. Tranzitivní, antisymetrická a reflexivní relace je relace neostrého uspořádání.

Zobrazení (funkce) A do B je podmnožina kartézského součinu $f \subseteq A \times B$, pro kterou platí, že pro každý prvek $x \in A$ existuje právě jeden prvek $y \in B$, pro který $(x, y) \in f$.

Příklad 1 *Nakreslete Haseův diagram pro následující množiny vzhledem k relaci je podmnožinou:* $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{d\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, b, c\}, \{a, c, d\}, \{a, b, c, d\}$

Který prvek (prvky) je:

- *Nejmenší*
- *Minimální*
- *Největší*
- *Maximální*
- *Neporovnatelné*

Příklad 2 *Nakreslete Haseův diagram pro následující přirozená čísla vzhledem k relaci dělitelnosti:* $1, 2, 3, 7, 4, 9, 12, 18, 36$

Který prvek (prvky) je:

- *Nejmenší*

- *Minimální*
- *Největší*
- *Maximální*

Příklad 3 *Mějme relaci* $R = \{(a,b)$, (b,a), (b,c), (a,c), (c,a), (a,a), (b,b), (d,d), (e,e), (f,f), (d,e), (e,d), (e,f), $(f,e)\}$. *Je tato relace ekvivalencí? Pokud ne, doplňta ji tak, aby byla.*

Příklad 4 *Rozhodněte, které relace jsou funkce:*

- $R \subseteq \{a,b\} \times \{c,d,e\} = \{(a,c),(a,d),(b,e)\}$
- $R \subseteq \{a,b\} \times \{c,d\} = \{(a,c),(b,d)\}$
- $R \subseteq \{a,b,c\} \times \{d,e\} = \{(a,d),(b,d),(c,e)\}$
- $y = x^2$ *pro* $D = N$ *a* $H = N$
- $y = \sqrt{x}$ *pro* $D = N$ *a* $H = N$

Příklad 5 *Definujme relaci R tak, že* $(a,b) \in R$ *právě tehdy, když* $a - b$ *je dělitelné* 5 *beze zbytku. Jedná se o ekvivalenci? Pokud ano, kolik tříd rozkladu definuje? Jaké jsou?*

Pozn. Platí následující vztahy:
$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$
$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$

Příklad 6 *Na otázku jestli mají rádi komedie odpovědělo ze 100 69 lidí ano, akční filmy má rádo 70 lidí a horory 54. Přitom ale 31 lidí se rádo dívá na všechny 3 druhy, dalších 18 lidí na komedie a akční, 11 na akční a horory a 7 na horory a komedie. Kolik lidí nemá rádo žádný z druhů pořadů, na který se anketa zaměřila?*

Pozn. Podobný princip platí i pro pravděpodobnosti:
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Příklad 7 *Na jelena střílí dva myslivci. Jeden se trefí s pravděpodobností 0,4 a druhý 0,3. S jakou pravděpodobností bude jelen zastřelen?*

Jaká bude pravděpodobnost, když se přidá třetí, který se trefuje s poloviční pravděpodobností?

1 Procházení všech variací

```
int i,j,k;
int select[]=new int[N];

select[i = 0] = -1;
while (i>=0) {
  if (++select[i]>=N){ //Prvek o 1 zvětším,
      //protože tam je buď -1 nebo předchozí prvek.
      //Pokud už jsem vyčerpal prvky
    i--; //Začnu měnit o pozici dřív
    continue;
  }
  if (++i<K) { //Jěště je volná pozice, tak se na ni posunu
    select[i] = select[i-1]; //Dám na ni prvek z předchozí
    continue;
  }
  // zpracujeme kombinaci (select[0],...,select[K-1])
  i--; //Dostal jsem se za poslední pozici, tak se vrátím
}
```

Pro N=5 a K=3 program vygeneruje variace v následujícím pořadí:

```
0 1 2
0 1 3
0 1 4
0 2 3
0 2 4
0 3 4
1 2 3
1 2 4
1 3 4
2 3 4
```

Příklad implementace stromu spolu s výpisem všech prvků:

```
class Node{
  int value;
  Node lnode;
  Node rnode;

  printSubTree(){
    System.out.println(value);
    lnode.printSubTree();
```

```
      rnode.printSubTree();
    }
  }
```