

## Cvičení 7

**Příklad 1:** Pro každý z následujících jazyků uveďte nějakých 5 slov, která do něj patří, a nějakých 5 slov, která do něj nepatří.

- a)  $L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \text{délka slova } w \text{ je menší než } 5\}$
- b)  $L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid \text{počet výskytů symbolu } b \text{ ve slově } w \text{ je sudý}\}$
- c)  $L_3 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \text{ve } w \text{ je každá } 0 \text{ (přímo) následována } 1\}$
- d)  $L_4 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ začíná a končí stejným symbolem}\}$
- e)  $L_5 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ obsahuje jako podslovo sekvenci } abb\}$

**Příklad 2:** Předpokládejme, že  $\Sigma = \{a, b\}$  a  $n \in \mathbb{N}$ .

- a) Kolik existuje slov ze  $\Sigma^*$  délky  $n$ ?
- b) Kolik existuje slov ze  $\Sigma^*$  délky nejvýše  $n$ ?

**Příklad 3:** Uvažujme následující jazyky:

$$L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \text{ve } w \text{ je každá } 0 \text{ (přímo) následována } 1\}$$

$$L_2 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w = w^R\}$$

- a) Vyjmenujte prvních 5 slov z každého z jazyků  $L_1, L_2$  (nejmenších vzhledem k uspořádání  $<_L$ ).
- b) Vyjmenujte prvních 5 slov z každého z jazyků  $\overline{L_1}, \overline{L_2}$ .
- c) Vyjmenujte prvních 5 slov z jazyka  $L_1 \cap L_2$ .
- d) Vyjmenujte prvních 5 slov z jazyka  $L_1 \cup L_2$ .

**Příklad 4:** Uvažujme jazyky nad abecedou  $\{a, b\}$ . Vypište všechna slova ve zřetězení jazyků  $L_1 = \{\varepsilon, abb, bba\}$  a  $L_2 = \{a, b, abba\}$ .

**Příklad 5:** Uvažujme jazyky nad abecedou  $\{0, 1\}$ . Vypište všechna slova ve zřetězení

$$\{0, 001, 111\} \cdot \{\varepsilon, 01, 0101\}$$

**Příklad 6:** Uvažujme jazyky nad abecedou  $\{0, 1\}$ . Popište (slovně) jazyk vzniklý iterací  $\{00, 111\}^*$  a vyjmenujte prvních 10 slov z tohoto jazyka.

**Příklad 7:** Uvažujme následující jazyky:

$$L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_1 \leq 1\}$$

$$L_2 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w = w^R\}$$

Popište, jak vypadají slova v jazyce  $L_1 \cap L_2$ .

**Příklad 8:** Napište regulární výrazy pro následující jazyky:

- Jazyk  $\{ab, ba, abb, bab, abbb, babb\}$
- Jazyk nad abecedou  $\{a, b, c\}$  obsahující právě ta slova, která obsahují podslovo  $abb$ .
- Jazyk nad abecedou  $\{a, b, c\}$  obsahující právě ta slova, která začínají prefixem  $bca$  nebo končí sufixem  $ccab$ .
- Jazyk  $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_0 \bmod 2 = 0\}$ .
- Jazyk  $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_0 \bmod 3 = 1\}$ .
- Jazyk  $\{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ obsahuje podslova } 010 \text{ a } 111\}$
- Jazyk  $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ obsahuje podslovo } bab \text{ nebo } |w|_b \leq 3\}$
- Jazyk  $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ obsahuje podslovo } bab \text{ a } |w|_b \leq 3\}$
- Jazyk všech slov nad abecedou  $\{a, b, c\}$ , ve kterých se nikde nevyskytují dva znaky a hned za sebou.

**Příklad 9:** Mějme dva jazyky  $L_1$  a  $L_2$  popsané regulárními výrazy

$$L_1 = [0^*1^*0^*1^*0^*], \quad L_2 = [(01 + 10)^*].$$

- Jaké je nejkratší a nejdelší slovo v průniku  $L_1 \cap L_2$ ?
- Proč žádný z těchto jazyků  $L_1$  a  $L_2$  není podmnožinou toho druhého?
- Jaké je nejkratší slovo, které nepatří do sjednocení  $L_1 \cup L_2$ ? Je to jednoznačné?

**Příklad 10:** Řekněme, že bychom chtěli navrhnout syntaxi pro zápis jednoduchých aritmetických výrazů pomocí slov nad abecedou

$$\Sigma = \{A, B, \dots, Z, a, b, \dots, z, 0, 1, \dots, 9, ., +, -, *, /, (, )\}.$$

- Navrhněte, jak budou vypadat identifikátory, a popište to pomocí regulárního výrazu.
- Navrhněte, jak budou vypadat číselné konstanty, a popište to pomocí regulárního výrazu.

*Poznámka:* Při popisu číselných konstant umožněte jak celočíselné konstanty, např. 129 nebo 0, tak neceločíselné konstanty, např. 3.14, -1e10 nebo 4.2E-23. Zvažte i možnost zápisu číselných konstant v dalších číselných soustavách kromě desítkové (např. hexadecimální, oktálové, binární).