

Cvičení 4

Příklad 1: Jestliže platí $p \leftrightarrow q$, co lze říci o pravdivostní hodnotě formule $p \vee \neg q$?

Příklad 2: Předpokládejme, že platí $\neg p \vee q$. Které z následujících formulí budou za tohoto předpokladu platit (tj. které z následujících formulí logicky vyplývají z tohoto předpokladu)? Vaše odpovědi zdůvodněte (např. pomocí tabulkové metody, nalezením sémantického sporu nebo nalezením pravdivostního ohodnocení, při kterém platí předpoklad $\neg p \vee q$, ale neplatí závěr).

- | | |
|----------------------|--------------------------------|
| a) p | d) $\neg q \rightarrow \neg p$ |
| b) $q \rightarrow p$ | e) $\neg p \wedge q$ |
| c) $p \rightarrow q$ | |

Příklad 3: Předpokládejme, že platí $p \wedge q$. Které z následujících formulí budou za tohoto předpokladu platit (tj. které z následujících formulí logicky vyplývají z tohoto předpokladu)? Vaše odpovědi zdůvodněte.

- | | |
|----------------------|---------------------------|
| a) p | e) $\neg p \vee q$ |
| b) q | f) $\neg q \rightarrow p$ |
| c) $p \vee q$ | g) $p \leftrightarrow q$ |
| d) $p \wedge \neg q$ | |

Příklad 4: Vezměme si následující formule:

- | | |
|-------------------------------|---|
| a) $\neg p$ | f) $\neg(p \leftrightarrow q)$ |
| b) $\neg q$ | g) $p \wedge \neg q$ |
| c) $\neg p \vee \neg q$ | h) $\neg p \wedge q$ |
| d) $\neg p \wedge \neg q$ | i) $\neg(p \rightarrow q) \wedge \neg(q \rightarrow p)$ |
| e) $p \leftrightarrow \neg q$ | |

- Pro které z těchto formulí platí, že z dané formule logicky vyplývá závěr $\neg(p \wedge q)$?
- Pro které z těchto formulí platí, že z dané formule logicky vyplývá závěr $\neg(p \vee q)$?
- Pro které z těchto formulí platí, že z dané formule logicky vyplývá závěr $\neg(p \rightarrow q)$?

Vaše odpovědi zdůvodněte.

Příklad 5: Určete, zda daný závěr logicky vyplývá z uvedených předpokladů. (Vaše odpovědi zdůvodněte).

- Z předpokladů q a $p \rightarrow q$ vyplývá p .
- Z předpokladů $\neg p$ a $p \rightarrow q$ vyplývá $\neg q$.

- c) Z předpokladů p a q vyplývá $p \wedge q$.
 d) Z předpokladů p a $p \vee q$ vyplývá q .
 e) Z předpokladů $\neg q$ a $p \vee q$ vyplývá p .
 f) Z předpokladů $\neg p$ a $p \vee q$ vyplývá $\neg q$.
 g) Z předpokladu $\neg p \vee (q \rightarrow p)$ vyplývá $\neg p \wedge q$.
 h) Z předpokladu p vyplývá $q \vee \neg q$.

Příklad 6: Uvedené věty nejprve zformalizujte pomocí formulí výrokové logiky. Poté pomocí nalezení sémantického sporu dokažte, že daný závěr vyplývá z uvedených předpokladů, nebo dokažte, že tento závěr z daných předpokladů nevyplývá, tím, že ukážete pravdivostní ohodnocení, kdy předpoklady platí a závěr ne.

- a) *Logika je složitá nebo ji studenti nemají rádi.*
Jestliže je matematika jednoduchá, tak logika není složitá.

Jestliže studenti mají rádi logiku, tak matematika není jednoduchá.
- b) *Pokud je nedostatek odborníků v IT, tak mají vysoké platy.*
Je nedostatek odborníků v IT nebo je o IT velký zájem.
Jestliže je o IT velký zájem, není pro absolventy dostatek pracovních míst.
Pro absolventy je dostatek pracovních míst.

Odborníci v IT mají vysoké platy.
- c) *Pokud firma A neuzavřela smlouvu s firmou B nebo dodržela smluvní podmínky, tak žaloba podaná firmou B nebude úspěšná.*
Jestliže firma A nedodala zboží včas, tak nedodržela smluvní podmínky.
Firma A uzavřela smlouvu s firmou B a nedodala zboží včas.

Žaloba podaná firmou B bude úspěšná.

Příklad 7: Zjistěte, jestli následující předpoklady jsou konzistentní nebo nekonzistentní. Vaše odpovědi zdůvodněte (v případě, že jsou předpoklady nekonzistentní, zdůvodněte to pomocí nalezení sémantického sporu, a v případě, kdy jsou konzistentní, uveďte příklad pravdivostního ohodnocení, při kterém všechny předpoklady platí).

- a) *Jestliže byl vrahem Jones, tak byl v bytě oběti a neodešel před jedenáctou.*
Jones byl v bytě oběti.
Pokud by odešel před jedenáctou, tak by ho viděl vrátný.
Není pravda, že ho viděl vrátný nebo že by byl Jones vrahem.
- b) *Podmínky smlouvy budou dodrženy právě tehdy, když stavba bude dokončena ke 30. listopadu.*
Stavba bude dokončena ke 30. listopadu právě tehdy, když subdodavatel dokončí práce k 10. listopadu.
Investor přijde o peníze právě tehdy, když nebudou dodrženy podmínky smlouvy.
Subdodavatel dokončí práce k 10. listopadu právě tehdy, když investor přijde o peníze.

Příklad 8: Pro zadání z Příkladu 6 pomocí rezoluční metody určete, zda daný závěr logicky vyplývá z uvedených předpokladů.

Příklad 9: Pro zadání z Příkladu 7 pomocí rezoluční metody určete, zda jsou dané předpoklady konzistentní nebo nekonzistentní.