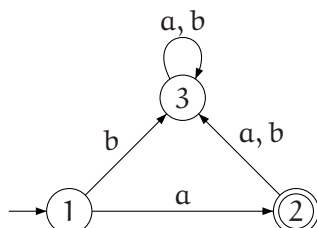


## Cvičení 9

**Příklad 1:** Pro každý z následujících jazyků sestrojte DKA, který ho rozpoznává. Vytvořené automaty znázorněte grafem a zapište tabulkou.

a)  $L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = a\}$

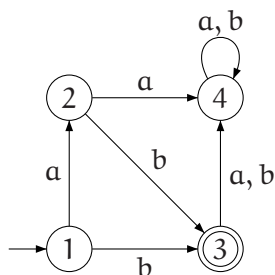
Řešení:



	a	b
→ 1	2	3
⊙ 2	3	3
3	3	3

b)  $L_2 = \{b, ab\}$

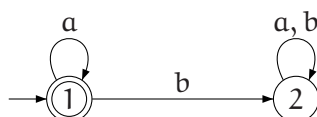
Řešení:



	a	b
→ 1	2	3
2	4	3
⊙ 3	4	4
4	4	4

c)  $L_3 = \{w \in \{a, b\}^* \mid \exists n \in \mathbb{N} : w = a^n\}$

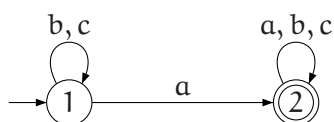
Řešení:



	a	b
→ ⊙ 1	1	2
2	2	2

d)  $L_4 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid |w|_a \geq 1\}$

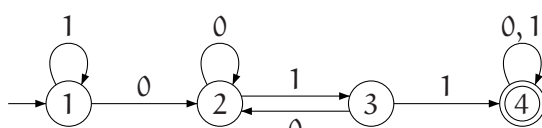
Řešení:



	a	b	c
→ 1	2	1	1
⊙ 2	2	2	2

e)  $L_5 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ obsahuje podslovo } 011\}$

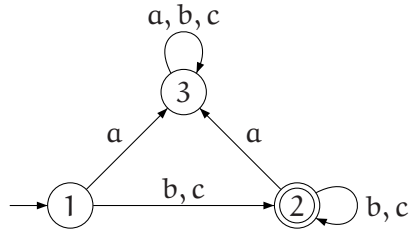
Řešení:



	0	1
→ 1	2	1
2	2	3
3	2	4
→ ⊙ 4	4	4

f)  $L_6 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid |w| > 0 \wedge |w|_a = 0\}$

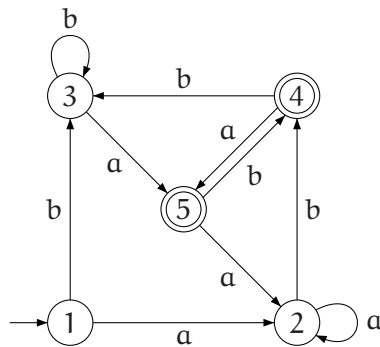
Řešení:



	a	b	c
→ 1	3	2	2
2	3	2	2
3	3	3	3

g)  $L_7 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \geq 2 \text{ a poslední dva symboly slova } w \text{ nejsou stejné}\}$

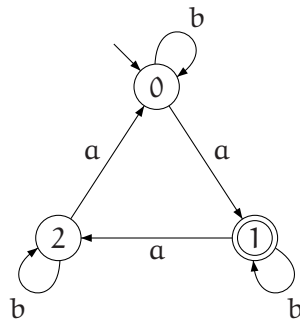
Řešení:



	a	b
→ 1	2	3
2	2	4
3	5	3
4	5	3
5	2	4

h)  $L_8 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \bmod 3 = 1\}$

Řešení:

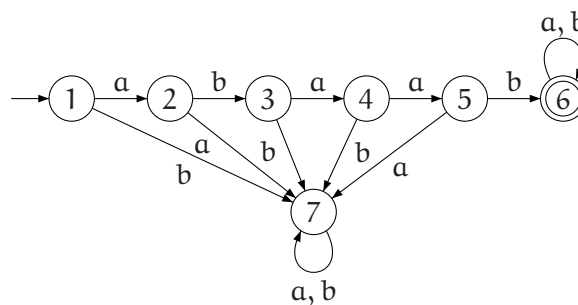


	a	b
→ 0	1	0
1	2	1
2	0	2

**Příklad 2:** Sestrojte DKA přijímající slova začínající abaab, končící abaab a obsahující abaab, tj. sestrojte DKA rozpoznávající následující tři jazyky:

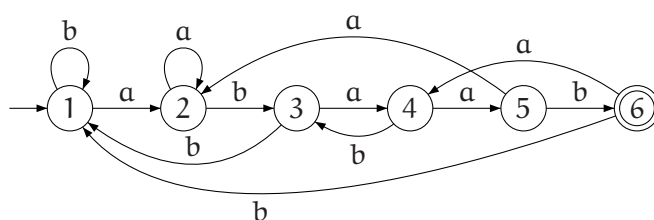
a)  $L_1 = \{abaabw \mid w \in \{a, b\}^*\}$

Řešení:



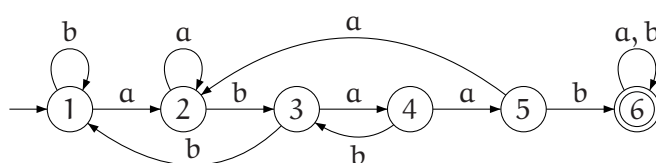
b)  $L_2 = \{wabaab \mid w \in \{a, b\}^*\}$

Řešení:



c)  $L_3 = \{w_1abaabw_2 \mid w_1, w_2 \in \{a, b\}^*\}$

Řešení:



**Příklad 3:** Navrhněte obecný postup, jak pro daný DKA  $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$  zjistit, zda:

a)  $L(A) = \emptyset$

b)  $L(A) = \Sigma^*$

Řešení: Stačí zjistit množinu všech stavů dosažitelných z  $q_0$ . Pro toto zjištění můžeme použít například algoritmus prohledávání do šířky (breadth-first search).

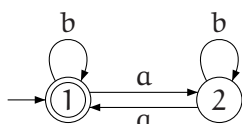
Platí, že  $L(A) = \emptyset$  právě tehdy, když žádný z dosažitelných stavů není přijímající, a  $L(A) = \Sigma^*$  právě tehdy, když všechny dosažitelné stavy jsou přijímající.

**Příklad 4:** Navrhněte DKA  $A_1, A_2$  takové, že:

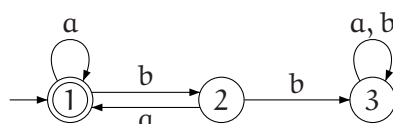
$$L(A_1) = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \bmod 2 = 0\}$$

$$L(A_2) = \{w \in \{a, b\}^* \mid \text{ve } w \text{ je každý výskyt symbolu } b \text{ následován symbolem } a\}$$

Řešení:  $A_1$ :



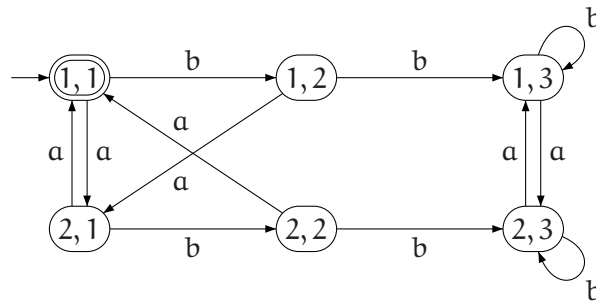
$A_2$ :



S využitím automatů  $A_1, A_2$  sestrojte DKA rozpoznávající následující jazyky:

a)  $L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \bmod 2 = 0 \text{ a ve } w \text{ je každý výskyt symbolu } b \text{ následován symbolem } a\}$

Řešení:



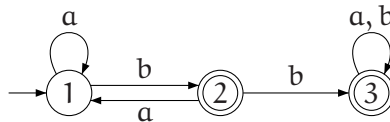
- b)  $L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \bmod 2 = 0 \text{ nebo je ve } w \text{ každý výskyt symbolu } b \text{ následován symbolem } a\}$

*Řešení:* Stejný automat jako v a), akorát, že množina přijímajících stavů je

$$F = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1)\}$$

- c)  $L_3 = \{w \in \{a, b\}^* \mid \text{ve } w \text{ není nějaký výskyt symbolu } b \text{ následován symbolem } a\}$

*Řešení:*



- d)  $L_4 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \bmod 2 = 0 \text{ a ve } w \text{ není nějaký výskyt symbolu } b \text{ následován symbolem } a\}$

*Řešení:* Stejný automat jako v a), akorát, že množina přijímajících stavů je

$$F = \{(1, 2), (1, 3)\}$$

- e)  $L_5 = \{w \in \{a, b\}^* \mid \text{jestliže } |w|_a \bmod 2 = 0, \text{ pak je ve } w \text{ každý výskyt symbolu } b \text{ následován symbolem } a\}$

*Řešení:* Stejný automat jako v a), akorát, že množina přijímajících stavů je

$$F = \{(1, 1), (2, 1), (2, 2), (2, 3)\}$$

- f)  $L_6 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \bmod 2 = 0 \text{ právě, když je ve } w \text{ každý výskyt symbolu } b \text{ následován symbolem } a\}$

*Řešení:* Stejný automat jako v a), akorát, že množina přijímajících stavů je

$$F = \{(1, 1), (2, 2), (2, 3)\}$$