

Cvičení 8

Příklad 1: Pro každý z následujících jazyků uveďte nějakých 5 slov, která do něj patří, a nějakých 5 slov, která do něj nepatří.

- a) $L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \text{délka slova } w \text{ je menší než } 5\}$
- b) $L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid \text{počet výskytů symbolu } b \text{ ve slově } w \text{ je sudý}\}$
- c) $L_3 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \text{ve } w \text{ je každá } 0 \text{ (přímo) následována } 1\}$
- d) $L_4 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ začíná a končí stejným symbolem}\}$
- e) $L_5 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ obsahuje jako podslovo sekvenci } abb\}$

Příklad 2: Předpokládejme, že $\Sigma = \{a, b\}$ a $n \in \mathbb{N}$.

- a) Kolik existuje slov ze Σ^* délky n ?
- b) Kolik existuje slov ze Σ^* délky nejvýše n ?

Příklad 3: Uvažujme následující jazyky:

$$L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \text{ve } w \text{ je každá } 0 \text{ (přímo) následována } 1\}$$

$$L_2 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w = w^R\}$$

- a) Vyjmenujte prvních 5 slov z každého z jazyků L_1, L_2 (nejmenších vzhledem k uspořádání $<_L$).
- b) Vyjmenujte prvních 5 slov z každého z jazyků $\overline{L_1}, \overline{L_2}$.
- c) Vyjmenujte prvních 5 slov z jazyka $L_1 \cap L_2$.
- d) Vyjmenujte prvních 5 slov z jazyka $L_1 \cup L_2$.

Příklad 4: Uvažujme jazyky nad abecedou $\{a, b\}$. Vypište všechna slova ve zřetězení jazyků $L_1 = \{\varepsilon, abb, bba\}$ a $L_2 = \{a, b, abba\}$.

Příklad 5: Uvažujme jazyky nad abecedou $\{0, 1\}$. Vypište všechna slova ve zřetězení

$$\{0, 001, 111\} \cdot \{\varepsilon, 01, 0101\}$$

Příklad 6: Uvažujme jazyky nad abecedou $\{0, 1\}$. Popište (slovně) jazyk vzniklý iterací $\{00, 111\}^*$ a vyjmenujte prvních 10 slov z tohoto jazyka.

Příklad 7: Uvažujme následující jazyky:

$$L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_1 \leq 1\}$$

$$L_2 = \{w \in \{0, 1\} \mid w = w^R\}$$

Popište, jak vypadají slova v jazyce $L_1 \cap L_2$.

Příklad 8: Napište regulární výrazy pro následující jazyky:

- Jazyk $\{ab, ba, abb, bab, abbb, babb\}$
- Jazyk nad abecedou $\{a, b, c\}$ obsahující právě ta slova, která obsahují podslovo abb .
- Jazyk nad abecedou $\{a, b, c\}$ obsahující právě ta slova, která začínají prefixem bca nebo končí sufixem $ccab$.
- Jazyk $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_0 \bmod 2 = 0\}$.
- Jazyk $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_0 \bmod 3 = 1\}$.
- Jazyk $\{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ obsahuje podslova } 010 \text{ a } 111\}$
- Jazyk $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ obsahuje podslovo } bab \text{ nebo } |w|_b \leq 3\}$
- Jazyk $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ obsahuje podslovo } bab \text{ a } |w|_b \leq 3\}$
- Jazyk všech slov nad abecedou $\{a, b, c\}$, ve kterých se nikde nevyskytují dva znaky a hned za sebou.

Příklad 9: Mějme dva jazyky L_1 a L_2 popsané regulárními výrazy

$$L_1 = [0^*1^*0^*1^*0^*], \quad L_2 = [(01 + 10)^*].$$

- Jaké je nejkratší a nejdelší slovo v průniku $L_1 \cap L_2$?
- Proč žádný z těchto jazyků L_1 a L_2 není podmnožinou toho druhého?
- Jaké je nejkratší slovo, které nepatří do sjednocení $L_1 \cup L_2$? Je to jednoznačné?

Příklad 10: Řekněme, že bychom chtěli navrhnout syntaxi pro zápis jednoduchých aritmetických výrazů pomocí slov nad abecedou

$$\Sigma = \{A, B, \dots, Z, a, b, \dots, z, 0, 1, \dots, 9, ., +, -, *, /, (,)\}.$$

- Navrhněte, jak budou vypadat identifikátory, a popište to pomocí regulárního výrazu.
- Navrhněte, jak budou vypadat číselné konstanty, a popište to pomocí regulárního výrazu.

Poznámka: Při popisu číselných konstant umožněte jak celočíselné konstanty, např. 129 nebo 0, tak neceločíselné konstanty, např. 3.14, -1e10 nebo 4.2E-23. Zvažte i možnost zápisu číselných konstant v dalších číselných soustavách kromě desítkové (např. hexadecimální, oktálové, binární).