

## Cvičení 4

**Příklad 1:** Následující formule převedte do KNF a DNF:

1.  $\neg(p \wedge \neg r \wedge s)$
2.  $(p \wedge q \wedge \neg r) \vee (r \wedge q)$
3.  $p \rightarrow (q \wedge r)$
4.  $p \leftrightarrow q$
5.  $((p \rightarrow \neg q) \rightarrow r) \wedge \neg p$
6.  $((p \wedge (q \vee r)) \vee (q \rightarrow \neg r))$
7.  $\neg(\neg(p \rightarrow \neg q) \wedge (r \leftrightarrow \neg p))$

**Příklad 2:** Následující formule převedte do ÚKNF a ÚDNF pomocí tabulky nebo ekvivalentních úprav.

1.  $(p \leftrightarrow \neg q)$
2.  $(p \wedge \neg q) \rightarrow (\neg p \rightarrow (q \vee p))$
3.  $((p \rightarrow q) \wedge (\neg r \rightarrow \neg q)) \wedge \neg r \wedge p$

**Příklad 3:** Jestliže platí  $p \leftrightarrow q$ , co lze říci o pravdivostní hodnotě formule  $p \vee \neg q$ ?

**Příklad 4:** Předpokládejme, že platí  $\neg p \vee q$ . Které z následujících formulí budou za tohoto předpokladu platit (tj. které z následujících formulí logicky vyplývají z tohoto předpokladu)? Vaše odpovědi zdůvodněte (např. pomocí tabulkové metody, nalezením sémentického sporu nebo nalezením pravdivostního ohodnocení, při kterém platí předpoklad  $\neg p \vee q$ , ale neplatí závěr).

- |                      |                                |
|----------------------|--------------------------------|
| a) $p$               | d) $\neg q \rightarrow \neg p$ |
| b) $q \rightarrow p$ | e) $\neg p \wedge q$           |
| c) $p \rightarrow q$ |                                |

**Příklad 5:** Předpokládejme, že platí  $p \wedge q$ . Které z následujících formulí budou za tohoto předpokladu platit (tj. které z následujících formulí logicky vyplývají z tohoto předpokladu)? Vaše odpovědi zdůvodněte.

- |                      |                           |
|----------------------|---------------------------|
| a) $p$               | e) $\neg p \vee q$        |
| b) $q$               | f) $\neg q \rightarrow p$ |
| c) $p \vee q$        | g) $p \leftrightarrow q$  |
| d) $p \wedge \neg q$ |                           |

**Příklad 6:** Vezměme si následující formule:

- |                               |   |
|-------------------------------|---|
| a) $\neg p$                   | f) $\neg(p \leftrightarrow q)$                          |
| b) $\neg q$                   | g) $p \wedge \neg q$                                    |
| c) $\neg p \vee \neg q$       | h) $\neg p \wedge q$                                    |
| d) $\neg p \wedge \neg q$     | i) $\neg(p \rightarrow q) \wedge \neg(q \rightarrow p)$ |
| e) $p \leftrightarrow \neg q$ |   |

- Pro které z těchto formulí platí, že z dané formule logicky vyplývá závěr  $\neg(p \wedge q)$ ?
- Pro které z těchto formulí platí, že z dané formule logicky vyplývá závěr  $\neg(p \vee q)$ ?
- Pro které z těchto formulí platí, že z dané formule logicky vyplývá závěr  $\neg(p \rightarrow q)$ ?

Vaše odpovědi zdůvodněte.

**Příklad 7:** Určete, zda daný závěr logicky vyplývá z uvedených předpokladů. (Vaše odpovědi zdůvodněte).

- Z předpokladů  $q$  a  $p \rightarrow q$  vyplývá  $p$ .
- Z předpokladů  $\neg p$  a  $p \rightarrow q$  vyplývá  $\neg q$ .
- Z předpokladů  $p$  a  $q$  vyplývá  $p \wedge q$ .
- Z předpokladů  $p$  a  $p \vee q$  vyplývá  $q$ .
- Z předpokladů  $\neg q$  a  $p \vee q$  vyplývá  $p$ .
- Z předpokladů  $\neg p$  a  $p \vee q$  vyplývá  $\neg q$ .
- Z předpokladu  $\neg p \vee (q \rightarrow p)$  vyplývá  $\neg p \wedge q$ .
- Z předpokladu  $p$  vyplývá  $q \vee \neg q$ .

**Příklad 8:** Uvedené věty nejprve zformalizujte pomocí formulí výrokové logiky. Poté pomocí nalezení sémantického sporu dokažte, že daný závěr vyplývá z uvedených předpokladů, nebo dokažte, že tento závěr z daných předpokladů nevyplývá, tím, že ukážete pravdivostní ohodnocení, kdy předpoklady platí a závěr ne.

- Logika je složitá nebo ji studenti nemají rádi.*  
*Jestliže je matematika jednoduchá, tak logika není složitá.*  


---

*Jestliže studenti mají rádi logiku, tak matematika není jednoduchá.*
- Pokud je nedostatek odborníků v IT, tak mají vysoké platy.*  
*Je nedostatek odborníků v IT nebo je o IT velký zájem.*  
*Jestliže je o IT velký zájem, není pro absolventy dostatek pracovních míst.*  
*Pro absolventy je dostatek pracovních míst.*  


---

*Odborníci v IT mají vysoké platy.*
- Honza a Martin jsou stejně staří nebo je Honza starší než Martin.*  
*Pokud jsou Honza a Martin stejně staří, tak Zuzka a Honza nejsou stejně staří.*  
*Jestli je Honza starší než Martin, tak Honza je starší než Katka.*  


---

*Zuzka a Honza nejsou stejně staří nebo je Honza starší než Katka.*

- d) *Pokud firma A neuzavřela smlouvu s firmou B nebo dodržela smluvní podmínky, tak žaloba podaná firmou B nebude úspěšná.*

*Jestliže firma A nedodala zboží včas, tak nedodržela smluvní podmínky.*

*Firma A uzavřela smlouvu s firmou B a nedodala zboží včas.*

---

*Žaloba podaná firmou B bude úspěšná.*