

Cvičení 13

Příklad 1: Navrhněte (nějaký) algoritmus řešící následující problém:

VSTUP: Číslo n a sekvence čísel a_1, a_2, \dots, a_n , kde pro všechna $i = 1, 2, \dots, n$ platí $a_i \in \{1, 2, \dots, n\}$.

OTÁZKA: Je v sekvenci a_1, a_2, \dots, a_n každé $x \in \{1, 2, \dots, n\}$ obsaženo právě jednou?

Analyzujte časovou složitost vašeho algoritmu. Pokud je větší než $O(n)$, zkuste navrhnout algoritmus s časovou složitostí $O(n)$.

Příklad 2: Připomněte si pro každý z následujících problémů, co je jeho vstupem a jaká je otázka. Poté ukažte pro všechny tyto problémy, že patří do třídy NPTIME, tj. pro každý z nich popište nedeterministický algoritmus s polynomiální časovou složitostí řešící daný problém:

- a) SAT
- b) 3-SAT
- c) Problém nezávislé množiny (IS)
- d) Problém kliky (CLIQUE)
- e) Problém vrcholového pokrytí (VC)
- f) Problém Hamiltonovského cyklu (HC)
- g) Problém Hamiltonovské kružnice (HK)
- h) Problém obchodního cestujícího (TSP)
- i) Problém obarvení (vrcholů) grafu k barvami
- j) SUBSET-SUM

Příklad 3: Pro které z následujících problémů umíte dokázat, že patří do třídy PTIME?

- a) Problém rozhodnout, zda daný graf obsahuje nezávislou množinu (tj. podmnožinu vrcholů nespojených hranami) velikosti 7.
- b) Problém rozhodnout, zda daný graf obsahuje nezávislou množinu (tj. podmnožinu vrcholů nespojených hranami) velikosti nejméně 2005.
- c) Problém rozhodnout, zda daný graf má barevnost nejméně tři.
- d) Problém rozhodnout, zda daný graf má barevnost nejvýše tři.
- e) Problém rozhodnout, zda daný graf má barevnost přesně tři.
- f) Problém rozhodnout, zda daný graf má barevnost přesně dva.

Poznámka: Barevnost grafu je minimální počet barev, kterým je možné obarvit vrcholy grafu tak, aby žádné dva sousední vrcholy nebyly obarveny stejnou barvou.

Příklad 4: Pro které z následujících problémů umíte ukázat, že patří do třídy NPTIME?

- a) Problém rozhodnout, zda daný graf má barevnost nejvýše čtyři.

- b) Problém rozhodnout, zda daný graf má barevnost přesně čtyři.
- c) Problém rozhodnout, zda daný graf má barevnost nejméně čtyři.
- d) Problém rozhodnout, zda daný graf obsahuje nejméně tři Hamiltonovské kružnice.
- e) Problém rozhodnout, zda daný graf obsahuje přesně tři Hamiltonovské kružnice.