# Cvičení 7

**Příklad 1:** Uvažujme následující jazyky:

$$L_1 = \{w \in \{0,1\}^* \mid \text{ve } w \text{ je každá 0 (přímo) následována 1}\}$$
$$L_2 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w = w^R\}$$

a) Vyjmenujte prvních 5 slov z každého z jazyků $L_1, L_2$ (nejmenších vzhledem k uspořádání $<_L$).

b) Vyjmenujte prvních 5 slov z každého z jazyků $\overline{L_1}$, $\overline{L_2}$.

c) Vyjmenujte prvních 5 slov z jazyka $L_1 \cap L_2$.

d) Vyjmenujte prvních 5 slov z jazyka $L_1 \cup L_2$.

**Příklad 2:** Uvažujme jazyky nad abecedou $\{a, b\}$. Vypište všechna slova ve zřetězení jazyků $L_1 = \{\varepsilon, abb, bba\}$ a $L_2 = \{a, b, abba\}$.

**Příklad 3:** Uvažujme jazyky nad abecedou $\{0, 1\}$. Vypište všechna slova ve zřetězení

$$\{0, 001, 111\} \cdot \{\varepsilon, 01, 0101\}$$

**Příklad 4:** Uvažujme jazyky nad abecedou $\{0, 1\}$. Popište (slovně) jazyk vzniklý iterací $\{00, 111\}^*$ a vyjmenujte prvních 10 slov z tohoto jazyka.

**Příklad 5:** Uvažujme následující jazyky:

$$L_1 = \{w \in \{0,1\}^* \mid |w|_1 \leq 1\}$$
$$L_2 = \{w \in \{0,1\} \mid w = w^R\}$$

Popište, jak vypadají slova v jazyce $L_1 \cap L_2$.

**Příklad 6:** Napište regulární výrazy pro následující jazyky:

a) Jazyk $\{ab, ba, abb, bab, abbb, babb\}$
b) Jazyk nad abecedou $\{a, b, c\}$ obsahující právě ta slova, která obsahují podslovo $abb$.
c) Jazyk nad abecedou $\{a, b, c\}$ obsahující právě ta slova, která začínají prefixem $bca$ nebo končí sufixem $ccab$.
d) Jazyk $\{w \in \{0,1\}^* \mid |w|_0 \bmod 2 = 0\}$.
e) Jazyk $\{w \in \{0,1\}^* \mid |w|_0 \bmod 3 = 1\}$.
f) Jazyk $\{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ obsahuje podslova } 010 \text{ a } 111\}$
g) Jazyk $\{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ obsahuje podslovo } bab \text{ nebo } |w|_b \leq 3\}$

h) Jazyk $\{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ obsahuje podslovo } bab \text{ a } |w|_b \leq 3\}$
i) Jazyk všech slov nad abecedou $\{a,b,c\}$, ve kterých se nikde nevyskytují dva znaky $a$ hned za sebou.

**Příklad 7:** Mějme dva jazyky $L_1$ a $L_2$ popsané regulárními výrazy

$$L_1 = [\,0^*1^*0^*1^*0^*\,], \qquad L_2 = [\,(01+10)^*\,].$$

a) Jaké je nejkratší a nejdelší slovo v průniku $L_1 \cap L_2$?

b) Proč žádný z těchto jazyků $L_1$ a $L_2$ není podmnožinou toho druhého?

c) Jaké je nejkratší slovo, které nepatří do sjednocení $L_1 \cup L_2$? Je to jednoznačné?

**Příklad 8:** Řekněme, že bychom chtěli navrhnout syntaxi pro zápis jednoduchých aritmetických výrazů pomocí slov nad abecedou

$$\Sigma = \{\mathtt{A},\mathtt{B},\ldots,\mathtt{Z},\mathtt{a},\mathtt{b},\ldots,\mathtt{z},\mathtt{0},\mathtt{1},\ldots,\mathtt{9},\mathtt{.},\mathtt{+},\mathtt{-},\mathtt{*},\mathtt{/},\mathtt{(},\mathtt{)}\}\,.$$

a) Navrhněte, jak budou vypadat identifikátory, a popište to pomocí regulárního výrazu.

b) Navrhněte, jak budou vypadat číselné konstanty, a popište to pomocí regulárního výrazu.

*Poznámka:* Při popisu číselných konstant umožněte jak celočíselné konstanty, např. `129` nebo `0`, tak neceločíselné konstanty, např. `3.14`, `-1e10` nebo `4.2E-23`. Zvažte i možnost zápisu číselných konstant v dalších číselných soustavách kromě desítkové (např. hexadecimální, oktalové, binární).

**Příklad 9:** Pro každý z následujících jazyků sestrojte DKA, který ho rozpoznává. Vytvořené automaty znázorněte grafem a zapište tabulkou.

a) $L_1 = \{w \in \{a,b\}^* \mid w = a\}$

b) $L_2 = \{b, ab\}$

c) $L_3 = \{w \in \{a,b\}^* \mid \exists n \in \mathbb{N} : w = a^n\}$

d) $L_4 = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid |w|_a \geq 1\}$

e) $L_5 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ obsahuje podslovo } 011\}$

f) $L_6 = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid |w| > 0 \ \wedge\ |w|_a = 0\}$

g) $L_7 = \{w \in \{a,b\}^* \mid |w| \geq 2 \text{ a poslední dva symboly slova } w \text{ nejsou stejné}\}$

h) $L_8 = \{w \in \{a,b\}^* \mid |w|_a \bmod 3 = 1\}$

**Příklad 10:** Sestrojte DKA přijímající slova začínající $abaab$, končící $abaab$ a obsahující $abaab$, tj. sestrojte DKA rozpoznávající následující tři jazyky:

a) $L_1 = \{abaabw \mid w \in \{a,b\}^*\}$

b) $L_2 = \{wabaab \mid w \in \{a,b\}^*\}$

c) $L_3 = \{w_1abaabw_2 \mid w_1, w_2 \in \{a,b\}^*\}$

**Příklad 11:** Navrhněte obecný postup, jak pro daný DKA $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ zjistit, zda:

a) $L(A) = \emptyset$

b) $L(A) = \Sigma^*$