

Cvičení 2

Příklad 1: Rozhodněte platnost následujících úsudků (a zdůvodněte).

- a) Všechny myši jsou hranaté.
Všechno hranaté je modré.
– proto: Všechny myši jsou modré.
- b) Někteří psi rádi přednášejí básně.
Všichni psi jsou laviny.
– proto: Některé laviny rády přednášejí básně.
- c) Všichni žáci jsou ryby.
Někteří žáci jsou mloci.
– proto: Někteří mloci jsou ryby.
- d) Všechny žáby jsou modré.
Tento kůň je modrý.
– proto: Tento kůň je žába.
- e) Některé mraky mají černé puntíky.
Všechny domy mají černé puntíky.
– proto: Některé mraky jsou domy.
- f) Všechny ovce jsou sloni.
Někteří sloni jsou čápi.
– proto: Všechny ovce jsou čápi.
- g) Nikdo s červenýmnosem nemůže být premiér.
Všichni muži mají červené nosy.
– proto: Žádný muž nemůže být premiérem.
- h) Všichni jezevci jsou sběratelé umění.
Někteří sběratelé umění žijí v norách.
– proto: Někteří jezevci žijí v norách.
- i) Nikdo s fialovými vlasy není mladý.
Někteří lidé, kteří mají fialové vlasy, pijí mléko.
– proto: Někteří lidé, kteří pijí mléko, nejsou mladí.
- j) Karel má rád jen ty, kteří mají rádi Alici.
Karel má rád Michala.
– proto: Michal má rád Alici.

Příklad 2: Určete, které z následujících sekvencí symbolů jsou dobře vytvořenými formulami výrokové logiky

- a) pokud použijeme formální definici formulí výrokové logiky,
- b) pokud použijeme konvence o vypouštění závorek.

Vaše odpovědi zdůvodněte.

- | | |
|--------------------------------------|--|
| 1. $(p) \neg \wedge \wedge$ | 9. $p \wedge q$ |
| 2. $\forall x : q(x) \wedge r(x, x)$ | 10. $(p \wedge q)$ |
| 3. p | 11. $((p \wedge q))$ |
| 4. $(\neg(\neg q))$ | 12. $((p \wedge q) \vee r)$ |
| 5. $(\neg(\neg q()))$ | 13. $((\neg p) \vee (q \equiv (\neg r)))$ |
| 6. $(\neg(\neg)q)$ | 14. $r \vee \neg q \vee s$ |
| 7. $(p \neg q)$ | 15. $(\neg r \vee \neg p \vee s) \wedge (\neg q \vee s)$ |
| 8. $\wedge pq$ | 16. $(\neg((\neg p) \supset (\neg(\neg r))))$ |

Příklad 3: Následující věty zapište formálně ve VL:

- Když prší, tak nemůžeme jít do školy.
- Pouze když prší, nemůžeme jít do školy.
- Pojedu vlakem nebo autobusem.
- Svítlí slunce, ale fouká i vítr.
- Buď zaprší a my nemusíme zalévat, nebo nezaprší a my zalévat musíme.
- Prší, právě tehdy a jen tehdy, když sněží.
- Postačující podmínkou toho, aby nosil brýle, je, že svítí slunce.

Příklad 4: U formulí z příkladu 3 určete pomocí tabulkové metody všechny modely.

Příklad 5: U následujících formulí rozhodněte, o jakou formuli se jedná (splnitelná, tautologie, kontradikce). Použijte tabulkovou metodu.

- $(p \wedge \neg q) \supset (\neg p \supset (q \vee p))$
- $(q \wedge p) \supset [(p \supset q) \wedge (\neg p \vee q)]$
- $[(p \supset q) \wedge (q \vee p)] \supset (\neg p \vee q)$
- $(p \supset q) \equiv (\neg q \supset \neg p)$
- $[(p \vee \neg q) \wedge \neg(p \wedge q)] \supset (\neg p \vee q)$
- $[(p \vee \neg(p \wedge q)) \supset (\neg p \vee q \vee p)] \supset (p \equiv \neg q)$

Příklad 6: Připomeňte si, co to znamená, že formule výrokové logiky jsou ekvivalentní. Které z následujících ekvivalencí mezi dvojicemi formulí platí? Vaše odpovědi zdůvodněte.

1. $p \Leftrightarrow p$
2. $p \Leftrightarrow \neg\neg p$
3. $p \Leftrightarrow \neg\neg p$
4. $\neg p \Leftrightarrow \neg\neg\neg p$
5. $p \wedge p \Leftrightarrow p$
6. $p \vee p \Leftrightarrow p$
7. $p \supset p \Leftrightarrow p$
8. $p \equiv p \Leftrightarrow p$
9. $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$
10. $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$
11. $p \supset q \Leftrightarrow q \supset p$
12. $p \equiv q \Leftrightarrow q \equiv p$
13. $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$
14. $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$
15. $(p \supset q) \supset r \Leftrightarrow p \supset (q \supset r)$
16. $(p \equiv q) \equiv r \Leftrightarrow p \equiv (q \equiv r)$
17. $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee r$
18. $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge r$
19. $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$
20. $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$
21. $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$
22. $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$
23. $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow p \wedge q$
24. $\neg(p \supset q) \Leftrightarrow p \wedge \neg q$
25. $\neg(p \supset q) \Leftrightarrow \neg p \supset \neg q$
26. $(p \supset q) \Leftrightarrow \neg p \vee q$
27. $(p \supset q) \Leftrightarrow p \wedge \neg q$
28. $(p \supset q) \Leftrightarrow \neg p \vee q$
29. $(p \supset q) \Leftrightarrow p \vee \neg q$
30. $(p \equiv q) \Leftrightarrow (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee q)$
31. $(p \equiv q) \Leftrightarrow (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$
32. $(p \supset q) \Leftrightarrow (p \equiv q) \vee (q \equiv p)$
33. $(p \equiv q) \Leftrightarrow (p \supset q) \vee (q \supset p)$
34. $(p \equiv q) \Leftrightarrow (p \supset q) \wedge (q \supset p)$