

## Cvičení 7

**Příklad 1:** Popište, jak je možné činnost jednopáskového Turingova stroje s oboustranně nekonečnou páskou simulovat jednopáskovým Turingovým strojem s jednostranně nekonečnou páskou.

**Příklad 2:** Zjistěte, co dělá následující stroj RAM:

```

LOAD    =1
STORE   3
READ
loop:   JZERO  output
        STORE 2
        LOAD  3
        ADD   0
        STORE 3
        LOAD  2
        SUB   =1
        JUMP  loop
output: LOAD  3
        WRITE
        HALT

```

**Příklad 3:** Sestavte program pro stroj RAM, který přečte ze vstupu číslo  $n$  a vypíše na výstup  $n$ -té Fibonacciho číslo  $F_n$ . Můžete předpokládat, že číslo  $n$  na vstupu je nezáporné (tj. nemusíte řešit situaci, kdy  $n < 0$ ). Připomeňme, že Fibonacciho čísla  $F_0, F_1, F_2, \dots$  jsou definována následujícím rekurentním vztahem:

$$F_n = \begin{cases} 0 & \text{pro } n = 0 \\ 1 & \text{pro } n = 1 \\ F_{n-1} + F_{n-2} & \text{pro } n > 1 \end{cases}$$

**Příklad 4:** Sestavte program pro stroj RAM, který přečte ze vstupu dvě čísla  $x$  a  $k$  a na výstup vypíše hodnotu  $k$ -tého bitu čísla  $x$  (tj. 0 nebo 1), přičemž bity jsou číslovány od 0 a 0-tý bit je nejméně významný bit. Můžete předpokládat, že  $x \geq 0$  a  $k \geq 0$  (tj. nemusíte řešit situace, kdy  $x < 0$  nebo  $k < 0$ ).

**Příklad 5:** Navrhněte program pro stroj RAM, který načte ze vstupu dvě čísla  $x$  a  $y$  (můžete předpokládat, že  $x \geq 0$  a  $y \geq 0$ ) a na výstup vypíše jejich součin  $x \cdot y$ . Aby to nebylo tak jednoduché, musíte navíc dodržet následující omezení:

- Ve vašem programu *nesmíte* použít instrukce MUL a DIV. Můžete ovšem použít novou speciální instrukci RSHIFT, která má stejný význam jako DIV =2.
- Celkový počet instrukcí, který váš program provede, musí být polynomiální vzhledem k počtům bitů nutných pro zápis čísel  $x$  a  $y$ .

**Příklad 6:** Uvažujme Minského stroj se dvěma čítači  $x$  a  $y$ . Napište programy pro tento Minského stroj, které realizují následující operace (předpokládejte, že na začátku výpočtu obsahují čítače  $x$  a  $y$  nějaké libovolné hodnoty):

- Vynulování čítače  $x$ .
- Přesun obsahu čítače  $y$  do čítače  $x$ , s tím, že po tomto přesunu bude čítač  $y$  obsahovat hodnotu 0.
- Vynásobení hodnoty čítače  $x$  třemi. Po skončení výpočtu bude čítač  $x$  obsahovat trojnásobnou hodnotu než obsahoval na začátku a čítač  $y$  bude obsahovat 0.
- Vydělení hodnoty čítače  $x$  pěti. Po skončení výpočtu bude čítač  $x$  obsahovat hodnotu, kterou obsahoval na začátku, vydělenou pěti a zaokrouhlednou dolů na nejbližší celé číslo a čítač  $y$  bude obsahovat zbytek po tomto dělení.

Rozmyslete si, jak je s využitím těchto operací možné Minského strojem se třemi čítači simulovat činnost Turingova stroje.