

Cvičení 3

- 1) **Zapište v jazyce PL1** následující výroky a najděte jejich *modely* a také *interpretace*, ve kterých **nejsou pravdivé**:
 - a) Množiny A a B mají neprázdný průnik. Některá A jsou B.
 - b) Všechna čísla jsou sudá nebo lichá.
 - c) Množina A je podmnožinou množiny B. Všechna A jsou B.
 - d) Žádné A není B. Množina A je podmnožinou komplementu množiny B.
 - e) Některá A nejsou B.

- 2) **Zformalizujte pomocí PL1 a zakreslete Venovým diagramem obory pravdivosti množin formulí**:
 - a) Všechny skleněné hory jsou hory.
Všechny skleněné hory jsou ze skla.

 - b) Nikdo s červenýmnosem nemůže být premiér.
Všichni Valaši mají červené nosy.

 - c) Všichni jezevci jsou sběratelé umění.
Někteří sběratelé umění žijí v norách.

 - d) Všechna auta jsou dopravní prostředky.
Všechna auta mají volant.

 - e) Někteří fotbalisté nejsou inteligentní.
Všichni fotbalisté jsou sportovci

 - f) Všechny přírodní zákony jsou zákony.
Všechny zákony jsou vytvářeny právními institucemi.

- 3) **Promyslete příklady na relace** s různou aritou nad určitým universem. Uveďte příklady homogenních unárních, binárních a ternárních relací, heterogenních binárních, ternárních a 5árních (rozvrh) relací.

- 4) **Rozhodněte**, zda vyjádříme následující skutečnosti pomocí predikátového nebo funkčního symbolu.
 - a) Otec
 - b) Být rodičem
 - c) Součet dvou čísel
 - d) Být spokojen s čím
 - e) Sudá čísla
 - f) Dělitelnost dvěma
 - g) Modulo 2 (zbytek po dělení 2)

- h) Násobek dvou čísel je dělitelný dvěma
- i) Být větší
- j) Následník tj. přičtení 1

5) **Vyjádřete slovně** následující skutečnosti za předpokladu, že predikát P znamená mít rád (kdo, koho), individuová konstanta m znamená Marie a individuová konstanta k Karel.

- a) $\exists x \exists y P(x,y)$
- b) $\exists x \forall y P(x,y)$
- c) $\exists y \forall x P(x,y)$
- d) $\forall x \exists y P(x,y)$
- e) $\forall x \forall y P(x,y)$
- f) $\forall x P(x,m)$
- g) $\forall y P(k,y)$

6) **Dokažte**, že následující formule *nejsou ekvivalentní* (tj. najděte interpretaci, ve které je pravdivá jedna z nich, ale ne druhá). Jaký je mezi těmito formulemi vztah?

$$\exists x \forall y P(x,y) \qquad \forall y \exists x P(x,y)$$

7) **Převeďte následující věty z přirozeného jazyka do jazyka PL1 a negujte (formálně i slovně)**

- a. Někteří studenti nemají hudební nadání
- b. Někteří přítomní bydlí v hotelu
- c. Někteří studenti nejsou ani nadaní ani pilní
- d. Každé číslo dělitelné 8 je dělitelné 4
- e. Kdo seje vítr, ten sklízí bouři
- f. Psi, kteří hodně štěkají, nekoušou
- g. Žádný tyran není spravedlivý
- h. Každý člověk má otce i matku
- i. Každý, kdo má otce, má i matku
- j. Každý člověk je mladší než jeho rodiče
- k. Žádný dobrý učitel nikoho zbytečně nepotrestal
- l. Není všechno zlato, co se třpytí
- m. Nutnou podmínkou toho, aby rovnice $y = 2653 / x$ měla řešení y , je nenulové x .
- n. Prvočísla jsou čísla, která mají přesně dva dělitele, a to jedničku a sebe samo.