

Cvičení 1

Příklad 1: Uvažujme jazyky nad abecedou $\{0, 1\}$. Nechť L_1 je jazykem všech těch slov obsahujících nejvýše pět znaků '1' a L_2 je jazykem všech těch slov, která obsahují stejně '0' jako '1'. Kolik je slov v průniku $L_1 \cap L_2$?

Příklad 2: Uvažujme jazyky nad abecedou $\{a, b\}$. Vypište všechna slova ve zřetězení jazyků $L_1 = \{\varepsilon, abb, bba\}$ a $L_2 = \{a, b, abba\}$.

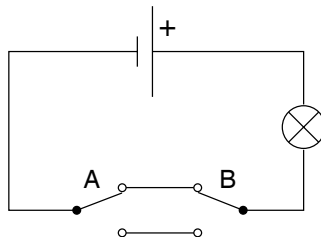
Příklad 3: Uvažujme jazyky nad abecedou $\{c, d\}$. Nechť L_0 je jazyk všech těch slov, která obsahují různé počty výskytů symbolu c a výskytů symbolu d . Popište slovně zřetězení $L_0 \cdot L_0$.

Příklad 4: Zjistěte, které z následujících dvou vztahů jsou platné pro všechny jazyky L_1, L_2 :

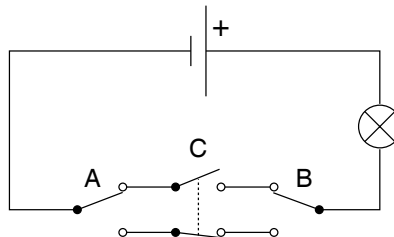
a) $(L_1 \cup L_2) \cdot L_3 = (L_1 \cdot L_3) \cup (L_2 \cdot L_3)$?

b) $(L_1 \cap L_2)^* = L_1^* \cap L_2^*$?

Příklad 5: Představme si následující elektrický obvod s dvěma přepínači A a B . (Přepínače jsou provedeny jako aretační tlačítka, takže jejich polohu zvnějšku nevidíme, ale každý stisk je přehodí do druhé polohy.) Na počátku žárovka svítí. Pokusme se schematicky popsat, jaké posloupnosti stisků A, B vedou k opětovnému rozsvícení žárovky.



Příklad 6: Obdobně jako v předchozím příkladě si vezmeme následující obvod s přepínači A, B, C a jednou žárovkou. (Přepínač C má dva společně ovládané kontakty, z nichž je spojený vždy právě jeden.) Na počátku žárovka nesvítí. Jaké posloupnosti stisků A, B, C vedou k rozsvícení žárovky?



Příklad 7: Uvažujme jazyky nad abecedou $\{0, 1\}$. Vypište všechna slova ve zřetěžení

$$\{0, 001, 111\} \cdot \{\varepsilon, 01, 0101\}$$

Příklad 8: Uvažujme jazyky nad abecedou $\{0, 1\}$. Popište (slovně) jazyk vzniklý iterací $\{00, 111\}^*$.

Příklad 9: Uvažujme jazyky nad abecedou $\{0, 1\}$. Nechť L_1 je jazykem všech těch slov obsahujících nejvýše jeden znak '1' a L_2 je jazykem všech těch slov, která se čtou stejně zepředu jako zezadu (tzv. palindromů). Která všechna slova jsou v průniku $L_1 \cap L_2$?

Poznámka: Pozor, průnik obou jazyků je nekonečný.

Příklad 10: Proč obecně neplatí $(L_1 \cap L_2) \cdot L_3 = (L_1 \cdot L_3) \cap (L_2 \cdot L_3)$?

Příklad 11: Navrhněte obvod s třemi přepínači a žárovkou mající více než jeden vnitřní svítící i nesvítící stav.

***Příklad 12:** Uvažujme jazyky nad abecedou $\{a, b\}$. Nechť L_a je jazyk všech těch slov, která obsahují více a než b , a L_b je jazyk všech těch slov, která obsahují více b než a . Jaký jazyk vznikne zřetěžením $L_a \cdot L_b$?

***Příklad 13:** Jazyk L_1 obsahuje 6 slov a jazyk L_2 obsahuje 7 slov. Kolik nejméně slov musí obsahovat zřetěžení $L_1 \cdot L_2$?

Příklad 14: Proč obvod s třemi (dvoupolohovými) přepínači a žárovkou nemůže mít více než 8 vnitřních stavů?