Týden 2

Přednáška

Na přednášce budou přiblíženy (zobecněné) nedeterministické konečné automaty (NKA), převod NKA na deterministické KA (DKA), uzávěrové vlastnosti třídy regulárních jazyků (s příslušnými modulárními konstrukcemi konečných automatů), regulární výrazy, převod regulárních výrazů na (nedeterministické) konečné automaty ....
(Po přednášce budou dodány slidy na web.)

Cvičení

Příklad 2.1

Definujte jazyk
$L = \{w \in \{a,b\}^* \mid w$ začíná a a končí b nebo začíná b a končí $a\}$
jako (přirozené) sjednocení $L = L_1 \cup L_2$, kde
$L_1 = \{w \in \{a,b\}^* \mid \dots\}$
$L_2 = \{w \in \{a,b\}^* \mid \dots\}$
Zkonstruujte (co nejmenší) automat A_1 tak, že $L(A_1) = L_1$, a automat A_2 tak, že $L(A_2) = L_2$.
Aplikujte algoritmickou konstrukci vedoucí k automatu pro sjednocení $L_1 \cup L_2$. Přitom ovšem konstruujte jen dosažitelné stavy, podle definice
1/ $q_0 \in Reach(A)$,
2/ $(q \in Reach(A) \land q \longrightarrow q'\ ) \Longrightarrow q' \in Reach(A)$.
Definujte pak *normovaný tvar* automatu, při němž jsou stavy označeny $1, 2, 3, \dots$ a jsou uspořádány podle „vzdálenosti“ od počátečního stavu. Jak přesně vyjádříte onu vzdálenost, aby poskytla úplné uspořádání (dosažitelných) stavů?
Uveďte sestrojený automat do normovaného tvaru.

Příklad 2.2

	0	1
$\rightarrow$ 1	1,2	1
2	3	-
3	-	4
4	-	-
$\rightarrow$ 5	5	5,6
6	-	7
7	-	8
8	-	9
9	9	9

NKA (nedeterministický konečný automat) A zadaný uvedenou tabulkou zadejte jako (matematickou) strukturu $A = (Q, \Sigma, \delta, I, F)$ a pak zakreslete grafem. Charakterizujte co nejjednodušeji jazyk $L(A)$, tedy množinu $\{w \in \Sigma^* \mid \exists q \in I : q \xrightarrow{w} F\}$.
Pak zkonstruujte ekvivalentní DKA (deterministický konečný automat). Dokončete tedy konstrukci následující tabulky.

		0	1	
$\rightarrow$	K_0	K_1	K_2	$K_0 = \{1, 5\}$
	K_1	K_3		$K_1 = \{1, 2, 5\}$
	K_2			$K_2 = \{1, 5, 6\}$
	K_3			$K_3 = \{1, 2, 3, 5\}$

Příklad 2.3

	a	b	ε
$\rightarrow$ 1	3	-	2
2	-	2,4	-
3	-	5	5
4	6	4	3
5	6	-	-
6	-	-	-

Zkonstruujte ekvivalentní DKA (deterministický konečný automat) k ZNKA (zobecněnému nedeterministickému automatu) zadanému uvedenou tabulkou.

Příklad 2.4

Sestrojte (zobecněný) nedeterministický automat rozpoznávající jazyk zadaný regulárním výrazem $(aa)^*(bb)^*(cc)^*$. Pak k tomuto automatu zkonstruujte ekvivalentní deterministický automat.

Příklad 2.5

Připomeňme si, co jsou regulární výrazy (standardní v teorii). Zjistěte, zda platí
$\big[(011 + (10)^*1 + 0)^*\big] = \big[011(011 + (10)^*1 + 0)^*\big]$
$\big[((1 + 0)^*100(1 + 0)^*)^*\big] = \big[((1 + 0)100(1 + 0)^*100)^*\big]$

Příklad 2.6

Připomeňte si následující induktivní definici regulárních výrazů nad abecedou Σ.

- $\emptyset \in RV(\Sigma)$, $\quad \epsilon \in RV(\Sigma)$, $\quad a \in RV(\Sigma)$ (pro vš. $a \in \Sigma$);
- když $\alpha, \beta \in RV(\Sigma)$, pak také
  - $(\alpha + \beta) \in RV(\Sigma)$,
  - $(\alpha \cdot \beta) \in RV(\Sigma)$,
  - $(\alpha^*) \in RV(\Sigma)$.

Proveďte syntaktický rozbor výrazu $(01^*0+10)^*10$, v němž jsou uplatněna obvyklá pravidla o vynechávání závorek; tedy zkonstruujte příslušný syntaktický strom. Na jeho základě pak zkonstruujte ZNKA přijímající jazyk reprezentovaný uvedeným výrazem.

Příklad 2.7

Zadejte regulárním výrazem jazyk
$L = \{\, w \in \{0,1\}^* \mid$ ve w je sudý počet nul a každá jednička je bezprostředně následována nulou $\}$

Příklad 2.8

Připomeňme si větu:
Věta. Jazyk $L \subseteq \Sigma^*$ je regulární (tzn. přijímaný konečným automatem) právě tehdy, když je množina kvocientů $\{w \backslash L \mid w \in \Sigma^*\}$ konečná.
Vysvětlete, proč pro jazyk

$$L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$$

jsou jazyky (kvocienty) $a\backslash L$, $aa\backslash L$, $aaa\backslash L$, $\ldots$ navzájem různé. Vyvoďte, že L není regulární.

Příklad 2.9

Pro následující vztahy vysvětlete, proč obecně platí či neplatí.

- $L_1 \cdot L_2 = L_2 \cdot L_1$
- $L_1(L_2 \cup L_3) = L_1L_2 \cup L_1L_3$
- $(L_1 \cup L_2)^* = L_1^*(L_2 \cdot L_1^*)^*$
- $(L_1 \cap L_2)^* = L_1^* \cap L_2^*$
- $w \cdot (w \backslash L) = L$