

Referáty

- Referáty jsou studentům přiděleny během prvních (tří) týdnů v semestru, způsobem popsaným na aktuální webovské stránce předmětu, kde je uveden i nejpozdější termín přidělení. Student, kterému případně nebyl referát příslušným způsobem přidělen k danému termínu, se musí bez zbytečného prodlení přihlásit cvičícímu (třeba emailem).
- Rychlé prověření podkladů k referátu s otestováním skutečného porozumění proběhne v termínech ke konci semestru (jak bude sděleno na web-stránce předmětu). Na referátu je nejdůležitější vaše **osobní prezentace**, kdy prokážete, že jste tématu plně porozuměli a prezentaci si pečlivě připravili tak, aby jste podstatu věci stihli kolegům a vyučujícímu rozumně vysvětlit (ilustrovat) v čase **nejvýše 15 minut**. Z technických důvodů nebudete ve skutečnosti 15 minut prezentovat, ale otestujeme, zda jste na to připraveni.
- K tématu můžete čerpat informace a podklady z jakýchkoli veřejných zdrojů, ale musíte je sami za sebe srozumitelně a uceleně písemně zpracovat. **Písemný podklad** nám nezasílejte, přineste si jej k onomu otestování, pak nám ho odevzdáte. Může být jen (vaší) rukou napsaný, s příslušnými obrázky apod. Musí obsahovat dostatečné informace k posouzení, zda je to vámi promyšleně sestavený podklad k prezentaci (a nikoli jen např. překopírované kusy textu z jiných zdrojů).
- **Vyučující k referátům v zásadě nebudou poskytovat vysvětlující konzultace.** Jistě vám neodmítnou krátkou radu, ale nebudou suplovat to, co máte prokázat samostatnou prací.
- Aby se předešlo nežádoucímu případu neuznání referátu (a tím neudělení zápočtu, či mimořádné opravy za 1 bod), má student tuto možnost: pokud si není v době prověření svým referátem jistý, může to příslušnému vyučujícímu oznámit a jen předložit (alespoň předběžnou) písemnou přípravu a rychle načrtnout, jak hodlá při prezentaci postupovat a kde naráží na problémy či si není jistý. Vyučující dá krátkou radu (nebude ovšem téma studentovi vysvětlovat) a student může k prověření referátu přijít v pozdějším termínu.

Referát č. 1

Vysvětlete operaci levého kvocientu pro jazyky, tedy operaci $L_2 \setminus L_1$.

Začněte definicí $\{a\} \setminus L$ (zkráceně psáno $a \setminus L$, kde a je jedno písmeno), pak přejděte k $\{w\} \setminus L$ (zkráceně psáno $w \setminus L$, kde w je jedno slovo), a pak zobecněte na $L_2 \setminus L_1$. Vždy ilustруйте malými, ale ne zcela triviálními, příklady.

Vysvětlete, proč pro konečný automat $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ je jazyk $w \setminus L(A)$ roven jazyku L_q^{toAcc} (kde $L_q^{toAcc} = \{v \mid q \xrightarrow{v} F\}$) pro takový stav q , pro nějž platí $q_0 \xrightarrow{w} q$.

Ukažte, že pro jakýkoli jazyk $L \subseteq \Sigma^*$ je (levý kvocient) $L \setminus L(A)$ sjednocením jazyků L_q^{toAcc} pro vybrané stavy q , a vysvětlete, čím jsou ty vybrané stavy určeny. Demonstrujte také na malém (ale netriviálním) příkladu, v němž zvolte L neregulární.

Referát č. 2

Vysvětlete, jaký problém řeší tzv. Knuth-Morris-Prattův algoritmus (Knuth-Morris-Pratt algorithm) a ilustруйте jej na příkladu. Ukažte také souvislost s automatem konstruovaným na přednášce z 1. týdne.

Referát č. 3

Vysvětlete, proč pro každé n existuje nedeterministický automat A_n s n stavy takový, že minimální deterministický konečný automat přijímající $L(A_n)$ má 2^n stavů. (Ilustруйте např. na konkrétním příkladu pro $n = 5$. Ten můžete najít např. ve starším materiálu <http://www.cs.vsb.cz/jancar/TEORET-INF/teoret-inf.pdf>.) (Samozřejmě musíte ukázat, že ve vašem deterministickém automatu jsou všechny stavy dosažitelné a žádné dva různé stavy nejsou ekvivalentní, tedy každé dva různé stavy lze rozlišit nějakým slovem ...) Zdůraznění: máte ukázat pro každé n , nejen pro $n = 5$.

Referát č. 4 (Hltavý algoritmus 1)

Vysvětlete (na vhodně zvoleném případu), jak lze problém (ze studijního textu)

Název problému: Výběr aktivit

Vstup: množina konečně mnoha aktivit $\{1, 2, \dots, n\}$ s pevně určenými časovými intervaly $(s_1, f_1), (s_2, f_2), \dots, (s_n, f_n)$, kde $(\forall i, 1 \leq i \leq n) : s_i < f_i$

Výstup: množina obsahující největší možný počet vzájemně kompatibilních aktivit (tj. aktivit s vzájemně se nepřekrývajícími intervaly)

řešit hltavým (greedy) algoritmem.

Ukažte myšlenku induktivního důkazu, podle počtu aktivit n , prokazující, že uvedený přístup skutečně vede k optimálnímu řešení.

Referát č. 5 (Hltavý algoritmus 2)

Připomeňte na vhodně zvoleném případě, jak se řeší problém konstrukce minimální kostry grafu hltavým přístupem, a *ilustrujte myšlenku důkazu* toho, že tento přístup skutečně vede k optimu. (Můžete vyjít z popisu ve studijním textu a podle potřeby použít další materiály.)

Referát č. 6 (Dynamické programování)

Algoritmus (Cocke-Younger-Kasami) pro rozpoznávání bezkontextových jazyků (aplikace metody dynamického programování):

Mějme dānu bezkontextovou gramatiku G v tzv. Chomského normální formě, tedy s pravidly pouze typu $\boxed{X \rightarrow YZ}$ a $\boxed{X \rightarrow a}$. Algoritmus pro zadané (terminální) slovo w zjistí, zda $w \in L(G)$.

Nāstin: Označme $w = a_1a_2 \dots a_n$. Systematicky vyplňujeme (dvourozměrné) pole D tak, že na závěr bude $D[i, j]$ ($1 \leq i \leq n$, $0 \leq j \leq n-i$) obsahovat množinu právě těch neterminálů X , z nichž lze odvodit $a_i a_{i+1} \dots a_{i+j}$.

Vysvětlete tento algoritmus ilustrací na vhodném příkladu a objasněte jeho časovou složitost.

(Další podklady je možno najít např. na

<http://www.cs.vsb.cz/jancar/VYCSLOZ/vycsloz.htm>, referát 4.)

Referát č. 7

Vysvětlete pojem regulárních gramatik (RG) a jejich vztah ke konečným automatům. Na vhodných příkladech ilustrujte převody mezi (N)KA a RG a naopak. (Můžete vyjít z materiálu

<http://www.cs.vsb.cz/jancar/TEORET-INF/teoret-inf.pdf>
a/nebo z jiných zdrojů.)

Referát č. 8 (Redukce bezkontextové gramatiky)

Vysvětlete, co dělá algoritmus popsáný v sekci 3 publikace

J. Esparza, P. Rossmanith, and S. Schwoon. A uniform framework for problems on context-free grammars. EATCS Bulletin, 72:169-177, October 2000,

která by měla být přístupná na

<http://www7.in.tum.de/um/bibdb/author-esparza.shtml>.

(Ilustrujte na vhodném příkladu.)

Pak stručně vysvětlete, jak je možné tento algoritmus využít při redukci gramatiky (tj. při "Identifying useless variables" na str. 8 zmíněné publikace).

Referát č. 9 (Chomského normální forma bezkontextových gramatik)

Při převodu bezkontextové gramatiky do Chomského normální formy (který je naznačen např. v textu <http://www.cs.vsb.cz/jancar/TEORET-INF/teoret-inf.pdf>)

se po odstranění pravidel typu $A \rightarrow \varepsilon$ provádí krok, který odstraňuje pravidla typu $X \rightarrow Y$ (neterminál se přepisuje na neterminál). (Pak tedy dostaneme jen pravidla typu $A \rightarrow \alpha$, kde α je terminál nebo $|\alpha| \geq 2$, přičemž generovaný jazyk se nezměnil.)

Na vhodném příkladu ilustруйте algoritmus odstraňující ona pravidla $X \rightarrow Y$ a *ukážte jeho korektnost*.

Referát č. 10 (Pumping lemma pro regulární jazyky)

Vysvětlete tzv. pumping lemma pro regulární jazyky

(můžete vyjít např. z <http://www.cs.vsb.cz/jancar/TEORET-INF/teoret-inf.pdf>)

a naznačte na příkladu, jak jej lze využít pro důkaz neregularity nějakého jazyka.

Referát č. 11 (Pumping lemma pro bezkontextové jazyky)

Připomeňte pumping lemma pro bezkontextové jazyky (např. ze studijního textu) a vysvětlete souvislost se hrou dvou hráčů popsanou např. v

<http://www.cs.vsb.cz/jancar/TEORET-INF/teoret-inf.pdf>.

Referát č. 12 (Simulace mezi různými variantami Turingových strojů 1)

Důkladně si promyslete, popište a (za pomoci vhodných obrázků) vysvětlete následující konstrukci.

Mějme standardní Turingův stroj (předpokládající oboustranně nekonečnou pásku) $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$. Sestrojíme k němu Turingův stroj $M' = (Q', \Sigma, \Gamma', \delta', q'_0, F')$, který předpokládá jen jednostranně (tj. pravostranně) nekonečnou pásku—tedy z nejlevější buňky (na níž stojí hlava na počátku) nemůže přejít doleva—a přitom simuluje stroj M .

Naznačíme možný způsob konstrukce:

$$Q' = \{q'_0, q_1\} \cup \{q_x \mid x \in \Sigma\} \cup \{q_U \mid q \in Q\} \cup \{q_D \mid q \in Q\}$$

$$\Gamma' = \Sigma \cup (\Gamma \times \Gamma) \cup \{\emptyset, \square\}$$

$$F' = \{q_U \mid q \in F\} \cup \{q_D \mid q \in F\}$$

$$\delta'(q'_0, x) = (q_x, \emptyset, +1) \dots \text{ pro } x \in \Sigma$$

$$\delta'(q_x, y) = (q_y, (x, \square), +1) \dots \text{ pro } x, y \in \Sigma$$

$$\delta'(q_x, \square) = (q_1, (x, \square), -1) \dots \text{ pro } x \in \Sigma$$

$$\delta'(q_1, z) = (q_1, z, -1) \dots \text{ pro } z \neq \emptyset$$

$$\delta'(q_1, \emptyset) = ((q_0)_U, \emptyset, +1)$$

Obrázkem si znázorníte pásku a (na malém příkladu) počáteční fázi práce stroje M' (pozn.: asi vás napadne pojem ‘dvoustopá páska’); doplňte pak instrukce stroje M' (tedy dodefinujte zobrazení δ') tak, aby skutečně simuloval M . (Ještě kousek nápovědy: U v indexu u stavu znamená ‘up’, D znamená ‘down’).

Referát č. 13 (Simulace mezi různými variantami Turingových strojů 2)

Představte si Turingův stroj pracující na “čtverečkované rovině” (místo lineární pásy). Vstupní slovo je zapsáno na začátku v jednom řádku, čtecí hlava stojí na jeho začátku (ostatní buňky=čtverečky obsahují prázdný znak). Obor hodnot přechodové funkce je nyní rozšířen tak, že možné pohyby hlavy jsou Left, Right, Up, Down.

Stručně a srozumitelně popište, jak je možné simulovat tento “rovinný” stroj klasickým “lineárním” strojem. (Nápověda. Musíte tedy popsat, jak bude mít lineární stroj uložen na pásce obsah oné roviny; stačí mít v každém okamžiku zachycen jen obdélník obsahující všechna políčka roviny, která simulovaný stroj dosud navštívil. Pak musíte popsat, jak bude simulující stroj provádět analogii konkrétních instrukcí simulovaného.)

Referát č. 14

V definici modelu RAM v základním studijním materiálu je uvedena hodnota operandu $*i$ jako číslo uložené na adrese, jež je dána součtem čísla i a čísla uloženého v indexregistru. Jinou užívanou možností nepřímé adresace je použití operandu $\#i$, jehož hodnota je chápána jako číslo uložené na adrese, která je uložena v buňce s adresou i . (I pro tuto možnost se často užívá syntaxe $*i$, my zde pro přehlednější rozlišení používáme $\#i$.)

Ukažte, jak lze RAM-program v jedné variantě simulovat RAM-programem v druhé variantě a naopak. Popište tedy přirozený překlad programu užívající typ $*i$ na program užívající typ $\#i$ a naopak. (Ilustrujte na jednoduchém příkladu.)

Referát č. 15 (Rozhodnutelnost a nerozhodnutelnost)

Uvažujme problém

NÁZEV: UHP (*Uniform Halting Problem*)

VSTUP: Turingův stroj M .

OTÁZKA: Zastaví se M na každý vstup?

Zjistěte, zda tento problém je rozhodnutelný či nerozhodnutelný, a své zjištění prokažte. V případě rozhodnutelnosti problému ukažte algoritmus, který jej řeší; v případě nerozhodnutelnosti můžete vyjít z nerozhodnutelnosti problému zastavení a ukázat příslušnou převeditelnost. (Můžete např. vyjít ze stručné zmínky v textu <http://www.cs.vsb.cz/jancar/TEORET-INF/teoret-inf.pdf>.)

Referát č. 16 (Převeditelnost mezi problémy)

Demonstrujte myšlenku převeditelnosti IPKP (iniciálního Postova korespondenčního problému) na PKP (Postův korespondenční problém). (Můžete vyjít např. z příslušné animace, zvolte si ale jiný příklad, na němž myšlenku srozumitelně předvedete a vysvětlíte.)

Referát č. 17 (Polynomiální převeditelnost)

Jedna z animací k předmětu ukazuje polynomiální převeditelnost problému nezávislé množiny na problém hamiltonovského cyklu.

Je to technicky netriviální konstrukce (která vyšla z Referátu 6 na

<http://www.cs.vsb.cz/jancar/VYCSLOZ/vycsloz.htm>).

Prostudujte ji a prezentujte na co nejjednodušším konkrétním případu, který ještě umožňuje rozumnou demonstraci hlavní myšlenky.

Referát č. 18 (Savitchova věta)

Popište konstrukci v důkazu Savitchovy věty. (K nastudování můžete např. využít podklad k referátu č. 8 na <http://www.cs.vsb.cz/jancar/VYCSLOZ/vycsloz.htm>.)

Můžete se ovšem omezit na tento speciální případ:

Je-li problém P rozhodován nedeterministickým Turingovým strojem s prostorovou složitostí n , pak je také rozhodován deterministickým Turingovým strojem s polynomiální prostorovou složitostí.

Máte tedy vysvětlit, jak lze k tzv. lineárně omezenému automatu (linear bounded automaton) M ,

tj. k nedeterministickému Turingovu stroji M , který při výpočtu na vstupním w , $|w| = n$, nenavštíví jiná políčka než ta, na nichž je zapsán vstup (a má tedy prostorovou složitost n)

navrhnout (deterministický) algoritmus A , který pro zadané w zjistí, zda M má přijímající výpočet pro w (tedy zda $w \in L(M)$). Algoritmu A přitom musí stačit polynomiálně omezená paměť.

(Připomenutí. Počet konfigurací délky n stroje M je omezen hodnotou c^n , kde konstantu c lze snadno spočítat z velikosti (stavové množiny a abecedy) stroje M . Délka nejkratšího přijímajícího výpočtu M nad w , $|w| = n$, (pokud takový existuje) je tedy také omezena oním c^n .)

(Bylo by dobré ukázat, že ta prostorová složitost A se dá omezit kvadraticky, je v $O(n^2)$, a naznačit, proč A lze přímočaře implementovat deterministickým Turingovým strojem s prostorovou složitostí $O(n^2)$.)

Referát č. 19 (Problém QBF; Quantified Boolean Formulas)

Uvažujme problém

Název: QBF (problém pravdivosti kvantifikovaných booleovských formulí)

Vstup: formule $(\exists x_1)(\forall x_2)(\exists x_3)(\forall x_4) \dots (\exists x_{2n-1})(\forall x_{2n})\mathcal{F}(x_1, x_2, \dots, x_{2n})$, kde $\mathcal{F}(x_1, x_2, \dots, x_{2n})$ je booleovská formule v konjunktivní normální formě.

Otázka: je daná formule pravdivá ?

Navrhňte algoritmus, který řeší problém QBF a má prostorovou složitost omezenou polynomem. (Tím ukážete, že QBF je v PSPACE.)

Návod. Řekneme, že formule $\mathcal{F}(x_1, x_2, \dots, x_{2n})$ je OK pro posloupnost booleovských hodnot b_1, b_2, \dots, b_i , kde $0 \leq i \leq 2n$, jestliže

buď $i = 2n$ a $\mathcal{F}(b_1, b_2, \dots, b_{2n}) = true$,

nebo $i < 2n$, i je liché a \mathcal{F} je OK jak pro $b_1, b_2, \dots, b_i, true$, tak pro $b_1, b_2, \dots, b_i, false$,

nebo $i < 2n$, i je sudé a \mathcal{F} je OK pro alespoň jednu z posloupností $b_1, b_2, \dots, b_i, true$ a $b_1, b_2, \dots, b_i, false$.

Ověřte nejprve, že formule $(\exists x_1)(\forall x_2)(\exists x_3)(\forall x_4) \dots (\exists x_{2n-1})(\forall x_{2n})\mathcal{F}(x_1, x_2, \dots, x_{2n})$ je pravdivá právě tehdy, když \mathcal{F} je OK pro prázdnou posloupnost.

Pak sestavte kýžený algoritmus (a prokažte, že jeho prostorová [tedy paměťová] složitost je polynomiální).

Referát č. 20 (Oblázková hra v PSPACE)

Uvažujme problém, jehož instancí je orientovaný graf s vybraným vrcholem v a dále k ‘oblázků’. Můžeme v jakémkoli pořadí provádět následující elementární kroky:

- na vrchol x můžeme položit oblázek, pokud v daný okamžik leží oblázky na všech vrcholech, z nichž vede hrana do x ,
- oblázek položený na vrchol můžeme odebrat (a znovu použít později).

Otázkou je, zda existuje posloupnost kroků, při níž položíme oblázek na zadaný vrchol v . Prokažte, že problém je v PSPACE.

(Jednou z motivací problému je problém přidělování paměti při výpočtu; stačí daný počet registrů k provedení určeného výpočtu ?)