Deterministický konečný automat

Formálně je **deterministický konečný automat** definován jako pětice

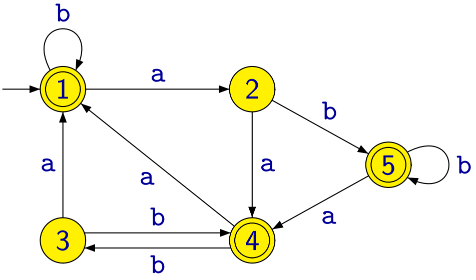
$$(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

kde:

- Q je konečná množina **stavů**
- Σ je konečná **abeceda**
- $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ je **přechodová funkce**
- $q_0 \in Q$ je **počáteční stav**
- $F \subseteq Q$ je množina **přijímajících stavů**

Deterministický konečný automat

Specifikace konečného automatu grafem:



Specifikace konečného automatu výčtem parametrů:

- $Q = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- $\Sigma = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$
- $q_0 = 1$
- $F = \{1, 4, 5\}$

$$\begin{array}{ll}
\delta(1, \mathtt{a}) = 2 & \delta(1, \mathtt{b}) = 1 \\
\delta(2, \mathtt{a}) = 4 & \delta(2, \mathtt{b}) = 5 \\
\delta(3, \mathtt{a}) = 1 & \delta(3, \mathtt{b}) = 4 \\
\delta(4, \mathtt{a}) = 1 & \delta(4, \mathtt{b}) = 3 \\
\delta(5, \mathtt{a}) = 4 & \delta(5, \mathtt{b}) = 5
\end{array}$$

Místo zápisu

$$
\begin{array}{ll}
\delta(1,\mathtt{a}) = 2 & \delta(1,\mathtt{b}) = 1 \\
\delta(2,\mathtt{a}) = 4 & \delta(2,\mathtt{b}) = 5 \\
\delta(3,\mathtt{a}) = 1 & \delta(3,\mathtt{b}) = 4 \\
\delta(4,\mathtt{a}) = 1 & \delta(4,\mathtt{b}) = 3 \\
\delta(5,\mathtt{a}) = 4 & \delta(5,\mathtt{b}) = 5
\end{array}
$$

budeme raději používat stručnější tabulku nebo grafické znázornění:

δ	a	b
1	2	1
2	4	5
3	1	4
4	1	3
5	4	5

Deterministický konečný automat

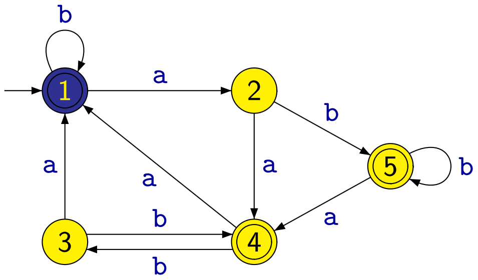
$$\begin{array}{ll} \delta(1,\mathtt{a}) = 2 & \delta(1,\mathtt{b}) = 1 \\ \delta(2,\mathtt{a}) = 4 & \delta(2,\mathtt{b}) = 5 \\ \delta(3,\mathtt{a}) = 1 & \delta(3,\mathtt{b}) = 4 \\ \delta(4,\mathtt{a}) = 1 & \delta(4,\mathtt{b}) = 3 \\ \delta(5,\mathtt{a}) = 4 & \delta(5,\mathtt{b}) = 5 \end{array}$$

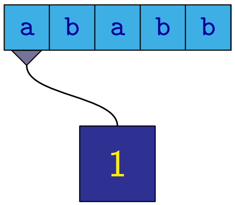
δ	a	b
$\leftrightarrow 1$	2	1
2	4	5
3	1	4
$\leftarrow 4$	1	3
$\leftarrow 5$	4	5

Tabulku můžeme doplnit, aby úplně specifikovala konečný automat:

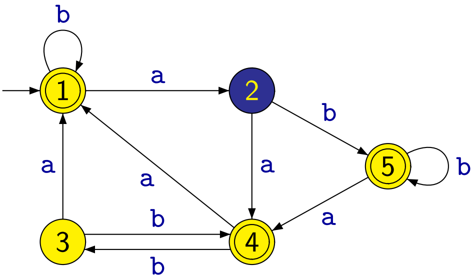
- Počáteční stavy označujeme $\rightarrow$
- Koncové stavy označujeme $\leftarrow$
- Počáteční a současně koncové stavy označujeme $\leftrightarrow$

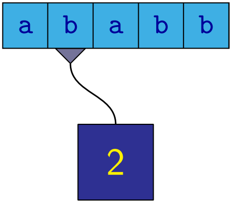
Deterministický konečný automat



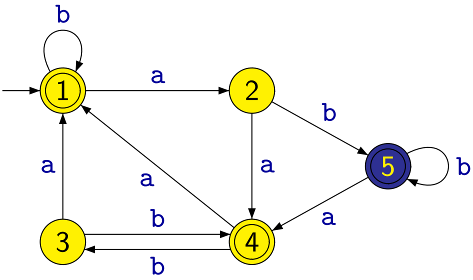


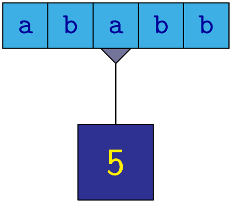
Deterministický konečný automat



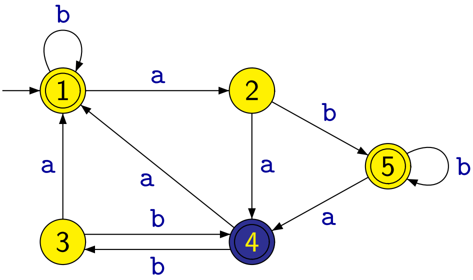


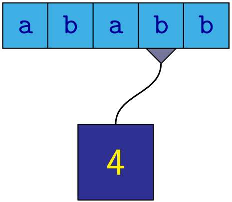
Deterministický konečný automat



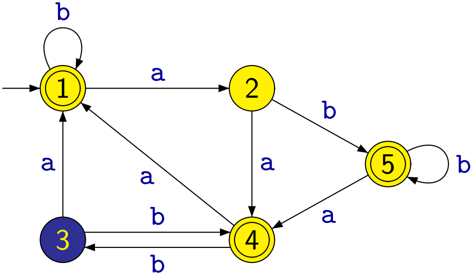


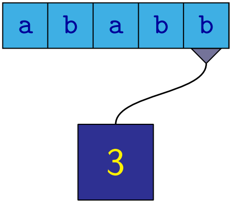
Deterministický konečný automat



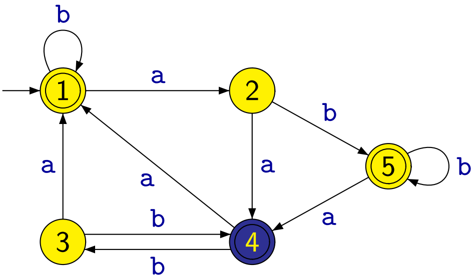


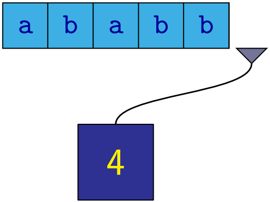
Deterministický konečný automat





Deterministický konečný automat





Deterministický konečný automat

Konfigurace konečného automatu je dána stavem jeho řídící jednotky a dosud nepřečteným obsahem pásky.

Konfigurace konečného automatu je dána stavem jeho řídící jednotky a dosud nepřečteným obsahem pásky.

Formálně můžeme konfiguraci definovat jako dvojici z množiny $Q \times \Sigma^*$.

Příklad: $(2, \mathtt{babb})$ je konfigurace

Deterministický konečný automat

Konfigurace konečného automatu je dána stavem jeho řídící jednotky a dosud nepřečteným obsahem pásky.

Formálně můžeme konfiguraci definovat jako dvojici z množiny $Q \times \Sigma^*$.

Příklad: $(2, \mathtt{babb})$ je konfigurace

Na množině všech konfigurací můžeme definovat binární relaci $\vdash$ s následujícím významem: $C_1 \vdash C_2$ znamená, že automat může přejít jedním krokem z konfigurace C_1 do konfigurace C_2.

Příklad:

$$(2, \mathtt{babb}) \vdash (5, \mathtt{abb})$$

Konfigurace konečného automatu je dána stavem jeho řídící jednotky a dosud nepřečteným obsahem pásky.

Formálně můžeme konfiguraci definovat jako dvojici z množiny $Q \times \Sigma^*$.

Příklad: $(2, \texttt{babb})$ je konfigurace

Na množině všech konfigurací můžeme definovat binární relaci $\vdash$ s následujícím významem: $C_1 \vdash C_2$ znamená, že automat může přejít jedním krokem z konfigurace C_1 do konfigurace C_2.

Příklad:

$$(2, \texttt{babb}) \vdash (5, \texttt{abb})$$

Formálně platí, že $(q, w) \vdash (q', w')$ právě když $w = aw'$ a $q' = \delta(q, a)$ pro nějaké $a \in \Sigma$.

Deterministický konečný automat

Konfigurace (q, w) se nazývá **počáteční konfigurace**, jestliže $q = q_0$.

Příklad: $(1, \mathtt{ababb})$ je počáteční konfigurace.

Deterministický konečný automat

Konfigurace (q, w) se nazývá **počáteční konfigurace**, jestliže $q = q_0$.

Příklad: $(1, \mathtt{ababb})$ je počáteční konfigurace.

Konfigurace (q, w) se nazývá **koncová konfigurace**, jestliže $w = \varepsilon$.

Příklad: $(4, \varepsilon)$ je koncová konfigurace.

Deterministický konečný automat

Konfigurace (q, w) se nazývá **počáteční konfigurace**, jestliže $q = q_0$.

Příklad: $(1, \texttt{ababb})$ je počáteční konfigurace.

Konfigurace (q, w) se nazývá **koncová konfigurace**, jestliže $w = \varepsilon$.

Příklad: $(4, \varepsilon)$ je koncová konfigurace.

Definice

Výpočet automatu je posloupnost konfigurací

$$C_0, C_1, C_2, \cdots, C_k$$

kde C_i jsou konfigurace, C_0 je počáteční konfigurace, C_k je koncová konfigurace a pro všechna $i \in \{1, 2, \ldots, k\}$ platí, že $C_{i-1} \vdash C_i$.

Definice

Koncová konfigurace (q, ε) je **přijímající**, jestliže $q \in F$.

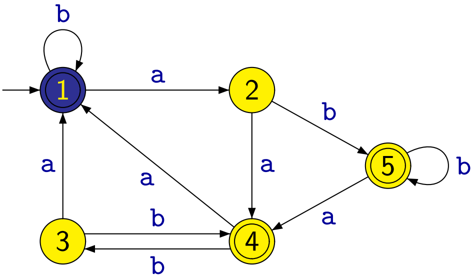
Definice

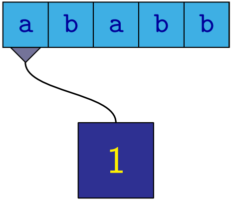
Koncová konfigurace (q, ε) je **přijímající**, jestliže $q \in F$.

Definice

Automat **přijímá** slovo $w \in \Sigma^*$ právě tehdy, jestliže výpočet začínající v počáteční konfiguraci (q_0, w) skončí v přijímající koncové konfiguraci.

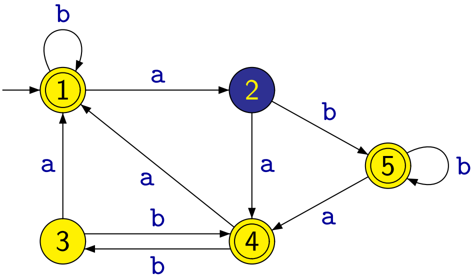
Deterministický konečný automat

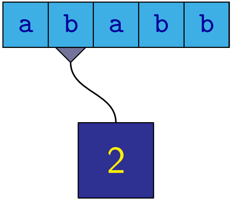




$(1, \mathtt{ababb})$

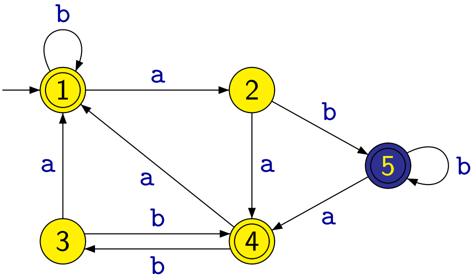
Deterministický konečný automat

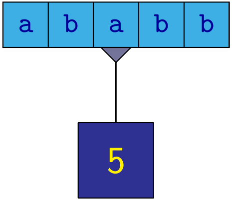




$$(1, \mathtt{ababb}) \vdash (2, \mathtt{babb})$$

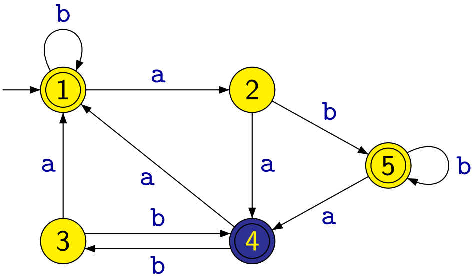
Deterministický konečný automat

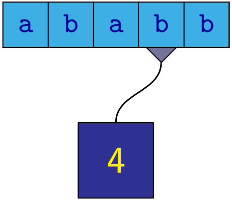




$(1, \mathtt{ababb}) \vdash (2, \mathtt{babb}) \vdash$
$(5, \mathtt{abb})$

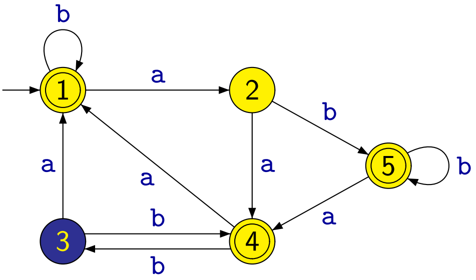
Deterministický konečný automat

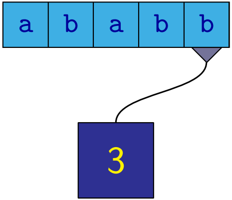




$(1, \mathtt{ababb}) \vdash (2, \mathtt{babb}) \vdash$
$(5, \mathtt{abb}) \vdash (4, \mathtt{bb})$

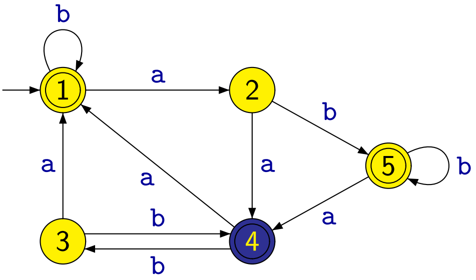
Deterministický konečný automat

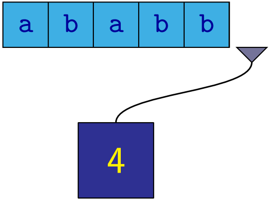




$(1, \mathtt{ababb}) \vdash (2, \mathtt{babb}) \vdash$
$(5, \mathtt{abb}) \vdash (4, \mathtt{bb}) \vdash$
$(3, \mathtt{b})$

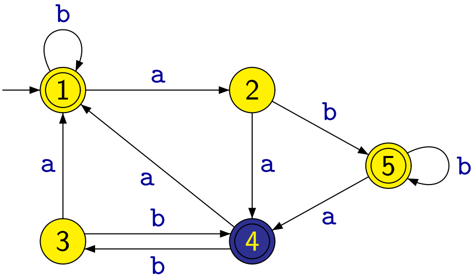
Deterministický konečný automat

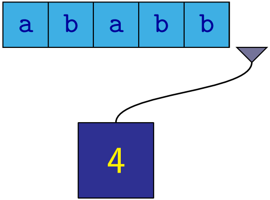




$(1, \mathtt{ababb}) \vdash (2, \mathtt{babb}) \vdash$
$(5, \mathtt{abb}) \vdash (4, \mathtt{bb}) \vdash$
$(3, \mathtt{b}) \vdash (4, \varepsilon)$

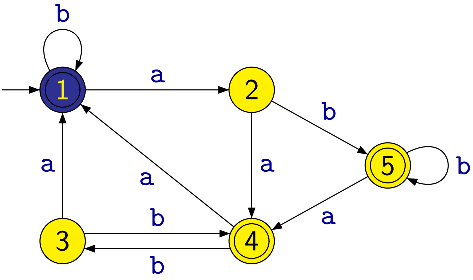
Deterministický konečný automat

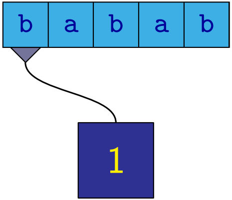




$(1, \mathtt{ababb}) \vdash (2, \mathtt{babb}) \vdash$
$(5, \mathtt{abb}) \vdash (4, \mathtt{bb}) \vdash$
$(3, \mathtt{b}) \vdash (4, \varepsilon)$
Konfigurace $(4, \varepsilon)$ je přijímající,
tedy automat slovo $\mathtt{ababb}$ přijal.

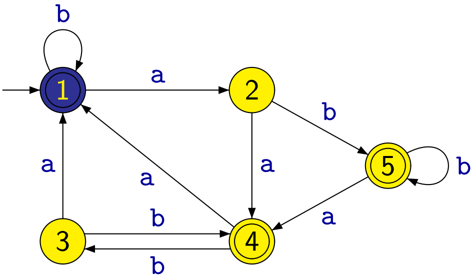
Deterministický konečný automat

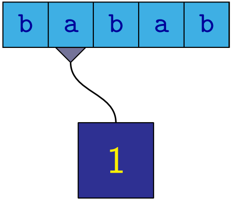




$(1, \mathtt{babab})$

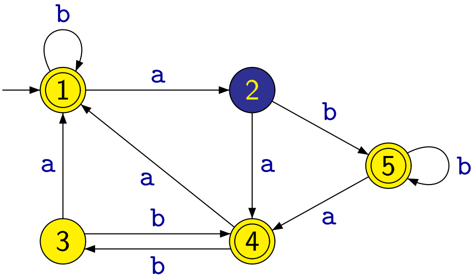
Deterministický konečný automat

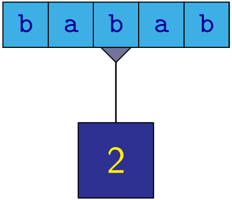




$$(1, \mathtt{babab}) \vdash (1, \mathtt{abab})$$

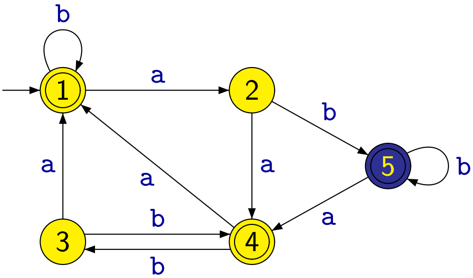
Deterministický konečný automat

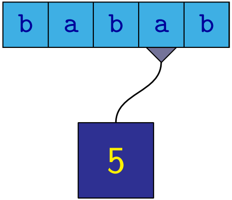




$(1, \mathtt{babab}) \vdash (1, \mathtt{abab}) \vdash$
$(2, \mathtt{bab})$

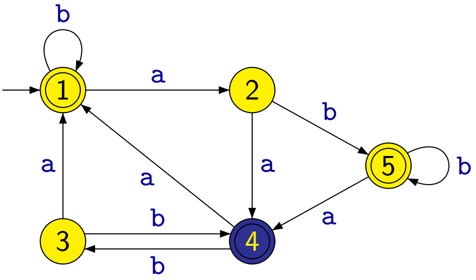
Deterministický konečný automat

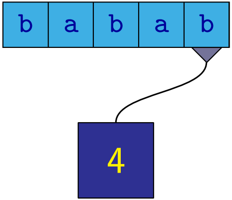




$(1, \mathtt{babab}) \vdash (1, \mathtt{abab}) \vdash$
$(2, \mathtt{bab}) \vdash (5, \mathtt{ab})$

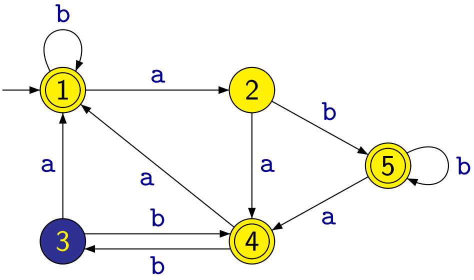
Deterministický konečný automat

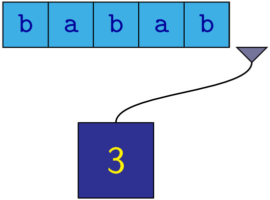




$(1, \mathtt{babab}) \vdash (1, \mathtt{abab}) \vdash$
$(2, \mathtt{bab}) \vdash (5, \mathtt{ab}) \vdash$
$(4, \mathtt{b})$

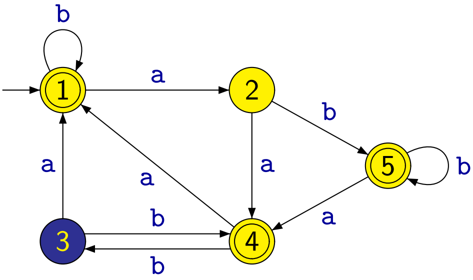
Deterministický konečný automat

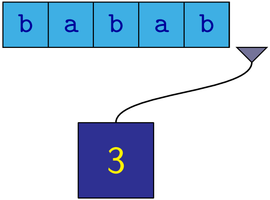




$(1, \mathtt{babab}) \vdash (1, \mathtt{abab}) \vdash$
$(2, \mathtt{bab}) \vdash (5, \mathtt{ab}) \vdash$
$(4, \mathtt{b}) \vdash (3, \varepsilon)$

Deterministický konečný automat





$(1, \mathtt{babab}) \vdash (1, \mathtt{abab}) \vdash$
$(2, \mathtt{bab}) \vdash (5, \mathtt{ab}) \vdash$
$(4, \mathtt{b}) \vdash (3, \varepsilon)$
Konfigurace $(3, \varepsilon)$ není příjímající, tedy automat slovo $\mathtt{babab}$ nepřijal.