Předmět: Matematická Logika
Datum: 19.12.2012
Čas: 9:00 - 17:00
Test: písemný test
Varianta: VZOROVY

	a	b	c	d		a	b	c	d	op.
1.					1.					
2.					2.					
3.					3.					
4.					4.					
5.					5.					
6.					6.					
7.					7.					
8.					8.					
9.					9.					

	a	b	c	d		a	b	c	d	op.
10.					10.					

1. otázka

Pomocí Vennových diagramů provádíme v PL1:

a) ověřování platnosti úsudků v PL1, pokud obsažené predikáty jsou aspoň binární

b) kontrolu správnosti úsudků, které jsou složeny z elementárních výroků VL

c) ověřování platnosti úsudků v PL1 složených z unárních predikátů

d) kontrolu správnosti kategorických sylogismů

2. otázka

Která z následujících tvrzení jsou správná?

a) Je-li množina M komplementem množiny N vzhledem k množině U, pak formule $\neg P(x)$ v interpretaci nad universem U, která přiřadí symbolu P množinu N, definuje množinu M.

b) Každá formule tvaru $\exists x P(x)$ definuje v dané interpretaci určitou podmnožinu universa.

c) Formule $\forall x[P(x) \supset Q(x)]$ definuje v dané interpretaci vztah "být podmnožinou" mezi obory pravdivosti P a Q.

d) Formule $\forall x[P(x) \supset \neg Q(x)]$ definuje v dané interpretaci vztah "být disjunktní" mezi obory pravdivosti P a Q.

3. otázka

Rozhodněte, zda jsou následující důkazy metodou přirozené dedukce korektní:

a) Důkaz formule Q:
$[(A \supset B) \wedge \neg B] \supset \neg A$

1. $(A \supset B) \wedge \neg B$ předpoklad
2. $A \supset B$ EK 1
3. $\neg B$ EK 1
4. $\neg\neg A$ předpoklad nepřímého důkazu
5. $\neg\neg A \supset A$ TEN (teorém eliminace negace)
6. A EI 4,5
7. B EI 6,2, spor s 3

důkaz (TEN):
$\neg\neg A \supset A$

1. $\neg\neg A$ předpoklad
2. $\neg A$ PND (předpoklad nepřímého důkazu), spor s 1

Formule Q je tautologie, protože v nepřímém důkazu jsme došli ke sporu (kroky 3, 7).

b) Důkaz formule Q:
$(A \supset B) \supset (\neg B \supset \neg A)$

1. $A \supset B$ předpoklad
1.1 A zavedení hypotézy
1.2. B MP 1, 1.1 není spor
2. B
3. $B \vee \neg A$ ZD 2
4. $(B \vee \neg A) \supset (\neg B \supset \neg A)$ teorém*
5. $\neg B \supset \neg A$ EI 3, 4 Q. E. D

Teorém *: $(B \vee \neg A) \supset (\neg B \supset \neg A)$

1. $(B \vee \neg A)$ předpoklad
2. $\neg B$ předpoklad
3. $\neg A$ ED 1, 2

Formule Q je tautologie, protože jsme v důkazu došli, s využitím věty o dedukci, od předpokladů k závěru.

c) Důkaz formule Q:
$[(A \supset B) \wedge (B \supset C)] \supset (A \supset C)$

1. $(A \supset B) \wedge (B \supset C)$ předpoklad
2. A předpoklad
3. $A \supset B$ EK1
4. $B \supset C$ EK1
5. B EI 2, 3
6. C EI 4, 5.

Formule Q je tautologie.

d) Důkaz formule Q:
$\neg(A \supset B) \supset (A \wedge \neg B)$

1. $\neg(A \supset B)$	předpoklad
2. $\neg A \vee B$	předpoklad nepřímého důkazu
3.1. A	zavedení hypotézy
3.2. B	ED 2, 3.1
3. $A \supset B$	spor s 1

Formule Q je tautologie.

4. otázka

Které z následujících relací jsou surjektivními zobrazeními, tj. "zobrazeními na":

a) $f \subseteq R$ x N, $f(x)=\lfloor|x|\rfloor$ (zaokrouhlení dolů na celou část absolutní hodnoty x)

- R je množina reálných čísel
- N je množina přirozených čísel

b) $f \subseteq$N x {0,1,2,3,4,5}, $f(x)=x$ mod 6 (zbytek po dělení 6)

- N je množina přirozených čísel

c) $f \subseteq$ {1,2,3}x {1,2,3,4,5,6}, f= {<2,1>, <2,2>, <1,3>, <1,4>, <3,5>, <3,6>}

d) $f \subseteq R$ x R, $f(x)=5x+1$

- R je množina reálných čísel

5. otázka

Formule F je splnitelná v interpretaci I:

a) Právě když neexistuje žádná jiná interpretace I, která by formuli A splňovala.

b) Právě když existuje ohodnocení e proměnných takové, že pro toto ohodnocení je formule pravdivá v dané interpretaci.

c) Jen když je tautologií.

d) Právě když pro žádné ohodnocení e proměnných neplatí $\models F\ [e]$ v interpretaci I.

6. otázka

Určete, které z následujících úsudků jsou logicky platné:

a) Líní jsou pouze filozofové.
Karel není filozof.
—-
Karel není líný.

b) Venku sněží.
Svítí slunce.
—-
Venku nesněží.

c) Kdo má rád Karla, ten má rád Milana.
Někdo nemá rád Karla.
—-
Někdo nemá rád Milana.

d) Petr umí zpívat nebo tančit.
Petr neumí zpívat.
—-
Petr umí tančit.

7. otázka

Co z následujícího platí?

a) Žádná valuace, pro kterou q=0, není modelem formule $(p \supset q) \wedge (q \vee r)$.

b) Jedním z modelů formule $(p \supset q) \wedge (q \vee r)$ je valuace p=0, q=0, r=1.

c) Žádná valuace, pro kterou p=0 a $q = 0$, není modelem formule $(p \supset q) \wedge (q \vee r)$.

d) Formule $(p \supset q) \wedge (q \vee r)$ má 5 modelů.

8. otázka

Označte, které z následujících formulí jsou logicky pravdivé.

a) $\forall x[P(x) \vee Q(x)] \supset [\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)]$

b) $\exists x[P(x) \wedge Q(x)] \supset [\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)]$

c) $\forall x[P(x) \supset A] \equiv [\forall x P(x) \supset A]$

d) $\neg\forall x[P(x) \wedge Q(x)] \equiv [\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)]$

9. otázka

Která tvrzení platí:

a) Pokud mě zajímá podoba výsledné pravdivostní funkce dané formule, použiji tabulkovou metodu nikoli rezoluční.

b) Rezoluční pravidlo ve VL zachovává splnitelnost, ale nikoli pravdivost.

c) Rezoluční pravidlo lze na formuli F uplatňovat, pouze když je formule převedena do úplné normální konjunktivní formy.

d) Pokud výrokově logický úsudek zapíšeme ve tvaru formule (P1 $\wedge P2 \wedge \ldots \wedge Pn) \supset Z$, kde P1 až Pn jsou premisy a Z je závěr, pak je úsudek platný právě tehdy a jen tehdy, když je tato formule pravdivá v každé valuaci.

10. otázka

Určete, která z následujících tvrzení jsou pravdivá:

a) Při použití obecné rezoluční metody obecně vedeme důkaz nepřímo.

b) Pokud zavádíme hypotézu, musíme dojít v dalším odvozování na základě této hypotézy ke sporu.

c) Některé teorémy, které dokážeme v Hilbertově kalkulu nedokážeme pomocí metody přirozené dedukce.

d) Rezoluční pravidlo užité v PL1 není korektní.