

### Cvičení 3

#### 1) Ověřte platnost/neplatnost úsudku rezoluční metodou

- a) Nefunguje-li program, je chyba v programu nebo není v pořádku systém.  
Je-li chyba v programu, musím se poradit se cvičicím.  
Systém je v pořádku.

---

Nefunguje-li program, musím se poradit se cvičicím.

- b) Má přednášku nebo se toulá po škole.  
Jestliže má přednášku, pak se jedná o vzorného studenta.

---

Jestliže se nejedná o vzorného studenta, pak se toulá po škole.

- c) Není pravda, že student umí Javu a C++.  
Student neumí Javu.

---

Student neumí C++.

- d) Jestliže se problému věnuji, tak ten problém vyřeším.  
Jestliže se problému nevěnuji, pak mám na práci něco jiného.

---

Vyřeším ten problém nebo mám na práci něco jiného.

- e) Jestliže pracuji, potom vydělávám peníze, ale jestliže jsem líný, pak si užívám.  
Buď pracuji nebo jsem líný.  
Nicméně, jestliže jsem líný, pak nevydělávám, zatímco jestliže pracuji, pak si neužívám.

---

Proto si užívám.

#### 2) Rezoluční metodou odvod'te, co všechno vyplývá z následujících předpokladů

- a) p1: Karel pojede autobusem nebo vlakem.  
p2: Jede-li Karel autobusem nebo svým vozem, pak přijede pozdě a zmešká schůzku.  
p3: Karel nepřišel pozdě.

- b) p1: Je-li úterý, je přednáška a není cvičení.  
p2: Dnes je přednáška i cvičení.  
p3: Je-li cvičení, pak nepotřebujeme projektor.

#### 3) Doplňte chybějící předpoklad tak, aby byl úsudek platný. Vypište všechny možnosti.

- p1: Je-li Karel v Praze, je Helena v Brně.  
p2: Je-li úterý, není Helena v Brně.  
p3: ???

---

Z: Helena je v Brně nebo není úterý.

4) **Promyslete příklady na relace** s různou aritou nad určitým universem. Uveďte příklady homogenních unárních, binárních a ternárních relací, heterogenních binárních, ternárních a 5árních (rozvrh) relací.

5) **Rozhodněte**, zda jsou následující relace funkcemi, případně jakými. Budeme pracovat s množinami  $A=\{a_1,a_2,a_3,a_4\}$ ,  $B=\{b_1,b_2,b_3\}$  a  $C=\{c_1,c_2,c_3\}$  jejichž prvky jsou různé.

- a)  $R \subseteq A \times B$ ,  $R = \{ \langle a_1, b_3 \rangle, \langle a_2, b_2 \rangle, \langle a_1, b_1 \rangle \}$
- b)  $R \subseteq B \times A$ ,  $R = \{ \langle b_1, a_4 \rangle, \langle b_2, a_4 \rangle, \langle b_3, a_4 \rangle \}$
- c)  $R \subseteq A \times C$ ,  $R = \{ \langle a_1, c_2 \rangle, \langle a_2, c_3 \rangle, \langle a_3, c_1 \rangle \}$
- d)  $R \subseteq C \times A$ ,  $R = \{ \langle c_2, a_1 \rangle, \langle c_3, a_2 \rangle, \langle c_1, a_3 \rangle \}$
- e)  $R \subseteq B \times C$ ,  $R = \{ \langle b_1, c_3 \rangle, \langle b_2, c_2 \rangle, \langle b_3, c_1 \rangle \}$
- f)  $R \subseteq A \times B \times C$ ,  $R = \{ \langle a_1, b_1, c_1 \rangle, \langle a_2, b_2, c_1 \rangle, \langle a_1, b_2, c_3 \rangle \}$
- g)  $R = \{ \langle x, y \rangle \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}, y = x^2 \}$
- h)  $R = \{ \langle x, y \rangle \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}, x = y^2 \}$
- i)  $R = \{ \langle x, y \rangle \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}, y = x^2 \}$
- j)  $R = \{ \langle x, y \rangle \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}, x = y^2 \}$

6) **Vyjádřete slovně** následující skutečnosti za předpokladu, že predikát P znamená mít rád (kdo, koho), individuová konstanta m znamená Marie a individuová konstanta k Karel.

- a)  $\exists x \exists y P(x, y)$
- b)  $\exists x \forall y P(x, y)$
- c)  $\exists y \forall x P(x, y)$
- d)  $\forall x \exists y P(x, y)$
- e)  $\forall x \forall y P(x, y)$
- f)  $\forall x P(x, m)$
- g)  $\forall y P(k, y)$

7) **Rozhodněte**, zda vyjádříme následující skutečnosti pomocí predikátového nebo funkčního symbolu.

- a) Otec
- b) Být rodičem
- c) Součet dvou čísel
- d) Být spokojen s čím
- e) Sudá čísla
- f) Dělitelnost dvěma
- g) Modulo 2 (zbytek po dělení 2)
- h) Násobek dvou čísel je dělitelný dvěma
- i) Být větší
- j) Následník tj. přičtení 1

8) **Dokažte**, že následující formule *nejsou ekvivalentní* (tj. najděte interpretaci, ve které je pravdivá jedna z nich, ale ne druhá). Jaký je mezi těmito formulemi vztah?

$$\exists x \forall y P(x, y) \qquad \forall y \exists x P(x, y)$$

9) **Zapište v jazyce PL1** následující výroky a najděte jejich *modely* a také *interpretace*, ve kterých *nejsou pravdivé*:

- a) Množiny A a B mají neprázdný průnik. Některá A jsou B.
- b) Všechna čísla jsou sudá nebo lichá.
- c) Množina A je podmnožinou množiny B. Všechna A jsou B.
- d) Žádné A není B. Množina A je podmnožinou komplementu množiny B.
- e) Některá A nejsou B.

10) **Najděte model** pro následující formule

- a)  $\exists x R(x, f(x))$
- b)  $\forall x R(x, f(x))$
- c)  $\forall x \forall y [P(x, y) \supset Q(f(x), y)]$
- d)  $\forall x \forall y [P(x, y) \supset \neg Q(f(x), y)]$
- e)  $\exists x \forall y [V(x, y)]$
- f)  $\forall y \exists x [\neg V(x, y)]$