

## Cvičení 1

### Naivní teorie množin

1. **Nadefinujte slovně, uveďte příklad a nakreslete:**

- a. Sjednocení množin A a B.  $(A \cup B)$
- b. Průnik množin A a B.  $(A \cap B)$
- c. Rozdíl množin A a B.  $(A \setminus B)$
- d. Vztah, že množina A je podmnožinou množiny B.  $(A \subseteq B)$
- e. Doplněk množiny A vzhledem k množině M.  $\bar{A}$
- f. Rovnost množin A a B.  $(A = B)$
- g. Potenční množina množiny A.  $P(A)$  (neboli  $2^A$ )
- h. Vztah, že množina A je vlastní podmnožinou B.  $(A \subset B)$

2. **Dokažte**, že pro libovolné množiny A, B platí:

- a.  $A = B$ , právě když  $A \subseteq B$  a  $B \subseteq A$
- b.  $A \subseteq (A \cup B)$
- c.  $(A \cap B) \subseteq A$
- d. Když  $A = \Phi$  a  $B = \Phi$ , pak  $(A \cup B) = \Phi$  a obráceně.
- e. Jestliže  $A = \Phi$ , pak  $(A \cap B) = \Phi$  pro libovolnou množinu B
- f.  $((A \cup B) \setminus C) \subseteq (A \cup (B \setminus C))$
- g.  $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$  de Morgannovy zákony
- h.  $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$  de Morganovy zákony

3. **Rozhodněte**, zda platí:

- a.  $a \in \{\{a\}, \{a, \{a\}\}\}$
- b.  $\{a, \{a\}\} \cap P(\{a, \{a\}\}) = \Phi$
- c.  $\{\Phi\} \in \{\{\Phi\}\}$
- d.  $\bigcap A_i = \Phi$ , kde  $A_i$  je prvkem  $P(A)$ , neboli  $A_i \in 2^A$ .

4. **Určete všechny prvky** následujících množin:

- a.  $\{a, \{a\}\} \cup \{a, \{b\}, c\}$
- b.  $\{a, \{a\}\} \cap \{a, \{b\}, c\}$
- c.  $\{a, \{a\}\} \setminus \{a, \{b\}, c\}$
- d.  $\bar{A}$  vzhledem k B, kde  $A = \{a, b, \{c\}\}$ ,  $B = \{a, b, \{c\}, \{a, b\}\}$  a  $A \subseteq B$

5. **Rozhodněte**, zda platí:

- a. Množina lidí žijících v Evropě nebo Asii a ne na Urale je podmnožinou lidí žijících v Evropě nebo v Asii.
- b. Všichni obyvatelé České republiky žijí na Moravě nebo v Čechách nebo ve Slezsku.
- c. Někteří obyvatelé Moravy žijí ve Slezsku.
- d. Všichni lidé žijící v Evropě a Asii patří do množiny lidí žijících v Asii nebo v Evropě.

## *Intuitivní dokazování*

### 1. **Rozhodněte platnost následujících úsudků** (a samozřejmě zdůvodněte).

- a. Všichni žáci jsou ryby.  
Někteří žáci jsou mloci.  
- proto: Někteří mloci jsou ryby.
- b. Všechny žáby jsou modré.  
Tento kůň je modrý.  
- proto: Tento kůň je žába.
- c. Některé mraky mají černé puntíky.  
Všechny domy mají černé puntíky.  
- proto: Některé mraky jsou domy.
- d. Všechny myši jsou hranaté.  
Všechno hranaté je modré.  
- proto: Všechny myši jsou modré.
- e. Všechny ovce jsou sloni.  
Někteří sloni jsou čápi.  
- proto: Všechny ovce jsou čápi.
- f. Někteří psi rádi přednášejí básně.  
Všichni psi jsou laviny.  
- proto: Některé laviny rády přednášejí básně.
- g. Nikdo s červenýmnosem nemůže být premiér.  
Všichni muži mají červené nosy.  
- proto: Žádný muž nemůže být premiérem.
- h. Všichni jezevci jsou sběratelé umění.  
Někteří sběratelé umění žijí v norách.  
- proto: Někteří jezevci žijí v norách.
- i. Nikdo s fialovými vlasy není mladý.  
Někteří lidé, kteří mají fialové vlasy, pijí mléko.  
- proto: Někteří lidé, kteří pijí mléko, nejsou mladí.
- j. Někteří lidé, kteří mají rádi Alici, nemají rádi Roberta.  
Robert má rád Alici.  
- proto: Lidé, kteří mají rádi Roberta, nemají rádi Alici.

### 2. **Co vyplývá z následujících předpokladů?**

Karel pojedete autobusem nebo vlakem.

Jede-li Karel autobusem nebo svým vozem, pak přijede pozdě a zmešká schůzku.

Karel nepřišel pozdě.

## *Ekvivalentní úpravy*

### 3. *Slovně negujte.*

- a. Budu se procházet nebo si zazpívám.
- b. Pavel nefandí ani Spartě ani Slavii.
- c. Je-li středa, je schůze.
- d. Jestliže se budu hodně učit nebo budu mít štěstí, pak udělám zkoušku.
- e. Jestliže se budu pilně učit, pak uspěji u zkoušky nebo budu mít pech.
- f. Jestliže bude zítra třetí světová válka, pak zahyne více než tři miliony lidí.
- g. Dám Ti facku, když mě oklameš.
- h. Bude-li pěkné počasí a nepokazí-li se nám auto, pojedeme na pláž a budeme se koupat.

### 4. Následující tvrzení *vyjádřete jiným (ekvivalentním) způsobem*, tj. aniž byste změnili jejich význam.

- a. Není-li mokro, nepršelo.
- b. Každý žvejk je samec.
- c. Žádný učený z nebe nespádl.
- d. Není nikdo, kdo by skákal z mostu a jedl olivy.
- e. Existují politici, kteří v mládí kouřili trávu.