

# Principy logické analýzy jazyka

## (Jazyk a pojmy, aneb „O čem a jak mluvíme“)

<http://www.cs.vsb.cz/duzi> (odkazy: TIL, *De dicto / de re*, Principles of Logical Analysis)

[http://www.phil.muni.cz/fil/logika/til/constructions\\_duzi\\_materna.pdf](http://www.phil.muni.cz/fil/logika/til/constructions_duzi_materna.pdf)

<http://www.phil.muni.cz/fil/logika/til/>

### 1. Přednáška

- **Logika:** Věda o správném usuzování, o umění argumentace.  
Jestliže usuzujeme, argumentujeme, používáme **jazyk**. Abychom mohli správně usuzovat a argumentovat, musíme *rozumět* jednotlivým výrazům a větám, tj. znát jejich *význam*.
- **Logická analýza jazyka:** *nalezení významu* výrazů jazyka.

#### Příklady.

- (1) Některá prvočísla jsou sudá
  - (2) Některá lichá čísla jsou sudá
  - (3) Někteří chytří lidé jsou líní
- „Analýza“ v  $PL^1$ :  $\exists x [p(x) \wedge q(x)]$

#### Otázky:

- a) Proč mají věty (1), (2), (3) stejnou analýzu ?
- b) Jak je to možné, že výsledná formule má interpretace, ve kterých je pravdivá (modely) a interpretace, ve kterých je nepravdivá, když je to „analýza“ vet (1) a (2) ?
- c) Jak přispívá „překlad“ do formule  $PL^1$  k objasnění významu vět ?

#### Příklady.

- (4) Žádný starý mládenec není ženatý
  - (5) Žádný starý mládenec není bohatý
- „Analýza“ v  $PL^1$ :  $\forall x [p(x) \supset \neg q(x)]$  nebo  $\neg \exists x [p(x) \wedge q(x)]$

**Otázky:** Proč mají obě věty stejné **dvě** „analýzy“ a která z nich je ta „správná“ ?

Vždyť (4) je *analyticky pravdivá*, zatímco (5) je *empirické tvrzení*, které je za jistých *okolností* pravdivé či ne.

**Proč nám to vadí? Můžeme provádět korektní inference, korektní usuzování na základě analýzy predikátové logiky (např.  $PL^1$ )?**

## Úsudky (zjevně nesprávné, ale proč?...)

Nutně,  $9 > 7$   
Počet planet je 9

---

Analyticky True  
Empiricky True

**Modální logiky**, S4, S5 ?

Nutně, počet planet je  $> 7$

Václav Klaus je prezidentem ČR  
Jan Sokol se chtěl stát prezidentem ČR

---

*de dicto / de re* (use / mention)

Jan Sokol se chtěl stát Václavem Klausem

**Intensionální logiky**

Oidipus hledá vraha svého otce  
Oidipus je vrah svého otce

---

Oidipus hledá Oidipa

Je přikázáno doručit dopis  
Jestliže je dopis doručen, pak je doručen nebo spálen

---

**deontické logiky**

Je přikázáno dopis doručit nebo spálit

Není pravda, že Francouzský král je holohlavý  
Tedy \_\_\_\_\_

Francouzský král není holohlavý

Tedy \_\_\_\_\_

Existuje někdo, kdo je Francouzský král a není holohlavý

Logiky **parciálních funkcí**  
(**existence, presupozice**)

Karel věří, že Praha má 1.048.576 obyvatel  
 $1.048.576 = 100\,000_{(16)}$

---

**doxastické, epistemické logiky**

Karel věří, že Praha má  $100\,000_{(16)}$  obyvatel

Karel počítá  $2 + 5$   
 $2 + 5 = 7$

---

**logika postojů (notional)**

Karel počítá 7

Karel si myslí (ví), že prezident ČR je vrchní velitel ozbrojených sil  
O prezidentovi ČR si Karel myslí (ví), že je vrchním velitelem ozbrojených sil

## **Jak je to s pravdivostí těchto vět v únoru 2003? Jsou tyto věty ekvivalentní ?**

V čem je problém ? Použili jsme **korektní pravidlo** substituce identit, ale dospěli jsme k zjevně nepravdivému závěru – **PARADOXY (?)**

Problém je způsoben nedostatečně jemnou **analýzou premis**.

Vezmeme-li v úvahu klasickou *predikátovou logiku* 1. řádu – PL1 (popřípadě i vyšších řádů – PLn), pak víme, že pro PL1 existují **kalkuly**, které mají z hlediska automatizace jisté velice pěkné vlastnosti, neboť jsou **sémanticky korektní a úplné** (v daném kalkulu jsou dokazatelné právě všechny tautologie PL1) a **parciálně rozhodnutelné** (je-li formule logicky pravdivá, pak se to v konečném počtu kroků dozvíme), avšak z hlediska analýzy tvrzení formulovaných v přirozeném jazyce není PL1 dostatečně expresivní, neboť neumožňuje dostatečně jemnou analýzu. Kalkuly založené na PL1 (popř. PLn) jsou systémy, které ve většině případů vyhovují pro **formalizaci jazyka matematiky**, avšak jako nástroje logické analýzy přirozeného jazyka již nepostačují. Omezení PL1 můžeme charakterizovat následovně:

- a) *Extensionální* systémy PL1 neumožňují zachytit rozdíl mezi analytickými a empirickými výrazy, tj. neumožňují adekvátně analyzovat význam *empirických* výrazů, jejichž denotát (označený objekt) se jakoby mění v závislosti na okolnostech a čase.

*Možná náprava:* Přejít k *intensionálním* logikám.

- b) Neumožňuje analyzovat *zmiňování* funkcí, vlastností a vztahů, tedy neumožňuje analyzovat rozdíl mezi užitím výrazu v supozici *de dicto* a *de re*.

Příklad:

sinus je periodická funkce

- funkce sinus je zde *zmíněna*

$\sin(\pi) = 1$

- funkce sinus je zde *užita*

Karel je čestný.

- výskyt „být čestný“ je v této větě v supozici *de re*

Být čestný je žádoucí

- výskyt „být čestný“ je zde *de dicto*

*Možná náprava:* Toto omezení by bylo možno překonat přechodem k systémům vyšších řádů – PLn. Avšak které n by již bylo dostatečně velké a proč se vůbec musíme omezovat na určitý řád?

- c) Klasické systémy PL1 neumožňují analyzovat *modální* a *temporální* závislosti.

Příklad: Problém modálních závislostí jsme ilustrovali úvodním příkladem (planety). Nyní ilustrujme temporální aspekt:

*Můj soused je často nemocen.*

Tato věta je nejednoznačná, poněvadž může být čtena *de dicto* i *de re*:

- Často se stává, že můj soused je nemocen.
- Můj soused je často nemocen

- V případě *de dicto* říkáme, že není podstatné, kdo je konkrétně mým sousedem, ale ať tam bydlí kdokoli, a je to můj soused, tak je často nemocen. (Například je dům podmáčený a lidé v něm jsou stále nachlazení). Pokud však čteme větu *de re*, tak se nám jedná o konkrétního souseda, tedy o toho, který tam právě bydlí a je právě on tou osobou, o které tvrdíme, že je často nemocná.

V obou čteních nemůžeme však v PL1 analyzovat výraz „často“.

*Možná náprava:* Přejít k *modálním, temporálním, či dynamickým* logikám.

- d) *Denotační přístup* k sémantice (významem výrazu je označený objekt bez ohledu na *způsob*, jakým je tento objekt presentován) neumožňuje rozlišit *synonymní* výrazy od *ekvivalentních*. Toto omezení je obzvláště patrné při analýze tzv. „hyperintensionálních“ kontextů vědění, znalostí a hypotéz, kdy zmiňujeme příslušné logické konstrukce (dochází k paradoxu *logické/matematické vševědoucnosti*).

*Možná náprava:* Přejít k *procedurální (strukturální) sémantice*.

- e) *Formalistický* přístup k sémantice neumožňuje poněkud jemné rozlišení mezi reprezentací konstrukce (formule PL1 v podstatě vyjadřuje schéma („označuje“ množinu) konstrukcí) a vlastní konstrukcí.

*Možná náprava:* Přechod k *transparentním* logikám.

- f) Klasické systémy predikátové logiky neumožňují pracovat s *parciálními funkcemi* a tedy korektně řešit problémy (ne)existence, případně existenční presupozice vět s určitými deskripcemi.

Příklad:

Karel si myslí, že prezident ČR hraje tenis.

Karel si o prezidentovi ČR myslí, že hraje tenis.

- První věta může být pravdivá i tehdy, kdy prezident ČR neexistuje (např. v únoru 2003), zatím co druhá věta za těchto okolností nemůže mít *žádnou* pravdivostní hodnotu. Presupozicí druhé věty (tedy nutným předpokladem pravdivosti, či nepravdivosti) je existence prezidenta ČR.

*Možná náprava:* Přechod k systémům, které různým způsobem umožňují pracovat s „prázdnými pojmy“ a parcialitou, tedy s termy, které neoznačují žádný objekt.

Vidíme, že od klasické predikátové logiky 1. řádu bychom potřebovali přecházet stále k bohatším systémům, avšak téměř vždy by nám „něco chybělo“. Ideální logický aparát by přitom měl spojovat všechny užitečné rysy zmíněné výše a umožňovat tak ideální analýzu pokud možno všech zvláštností přirozeného jazyka, a to vše tak říkajíc „pod jednou střechou“, bez nutnosti přecházet do „metajazyka“. Takového ideálního stavu zřejmě není možno v logice dosáhnout, neboť **logika nemůže postihnout např. pragmatické rysy jazyka**, jako různé postoje mluvčího, citová zbarvení, básnické metafory, kontextově závislé anafory, apod., tedy při logické analýze přirozeného jazyka musíme počítat s jistou idealizací situace. Při sémantické analýze jazyka se proto musíme vždy omezit na jistou podtřídu standardního (např.) odborného jazyka.

- Analýza jako *překlad do umělého (neinterpretovaného) jazyka?* (Vazba na PL1):

Mluvíme v neinterpretovaných formulích?

Přirozený jazyk - ne

Vyšší matematika – formalizované teorie: Někdy snad ano, ale používá *sentence* (uzavřené formule), které vyjadřují vlastně jakási *schémata* matematických struktur (pro všechna individua a funkce, operace, relace – jako volné *proměnné* - platí dané axiomy teorie – hledáme modely). Toto **je teorie modelů, ne analýza předpokladů a závěru**.

Proč je systém (kalkul) sémanticky bezesporný (korektní)?

Transparentní intensionální logika (TIL), jejímž autorem a zakladatelem byl Pavel Tichý [Tichý 88], profesor logiky na universitě v Dunedinu, Nový Zéland, je snad nejucelenější systém pro logickou analýzu jazyka, který nemá žádné z výše uvedených omezení. Je to velice expresivní systém, a pokud je nám známo, snad nejvíce vyhovuje výše uvedeným požadavkům. Jeho vysoká expresivní síla je však pochopitelně jistou překážkou vhodné automatizace. Jelikož TIL je logika založená na (nekonečné) hierarchii typů, nemůže pro ni např. existovat úplný logický důkazový systém (kalkul). Omezíme-li se však na jistou vhodnou podtřídu TILu, můžeme budovat úplné teorie a můžeme rovněž **využít TIL jako specifikační jazyk, jehož jisté rysy je možno implementovat prostředky v podstatě „prvořadovými“**, např. v jazyce PROLOG.

**Logická analýza je a priori disciplína – nástroj, který nám pomáhá lépe porozumět našim tvrzením a vyvozovat z nich důsledky.**

**Není to však (empirická) lingvistika:** Nebudeme se zabývat problémy vývoje jazyka, učení se jazyku, pragmatickými postoji mluvčího, atd.

Kde je tento nástroj užitečný?

- Tvorba IS (informačních systémů), **konceptuální analýza, tvorba ontologií („konceptualizace“ dané oblasti zájmu)**
  - Zkušenosti z praxe – porozumět uživateli znamená analyzovat jeho výroky v přirozeném jazyce: Konceptuální analýza (módně ontologie)
  - Specifikace problému tak, aby tomu přesně a stejným způsobem rozuměli všichni, tj.:
    - (koncový) uživatel
    - analytik
    - programátorPřitom analytik nesmí suplovat práci programátora, ani pouze opakovat nepřesná vyjádření koncového uživatele
    - Dokumentace !
  - TIL jako specifikační jazyk: Význam = deklarativní specifikace procedury (kterou má provést „blbý“ překladač, příjemce sdělení)
- **Vyhledávání informací** (v rozsáhlých souborech dat, např. na webu) – specifikační a dotazovací jazyk
- **Representace znalostí** (umělá inteligence)
- Obecně: Pomáhá **porozumění a dorozumění**, odhaluje **nejednoznačnosti přirozeného jazyka**

## 2. Přednáška

### Základní pojmy Transparentní intensionální logiky

*Transparentní intensionální logika* (TIL) stojí, na rozdíl od např. nominalistů na pozici *realismu*: Výrazy jazyka vypovídají, mluví o objektech, *entitách* mimo jazyk, a to prostřednictvím svého *významu*. Rozumíme-li jednotlivým větám daného jazyka, pak víme, o čem a jak vypovídají. Ovšem vztah mezi smysluplnými výrazy a označovanými entitami není zdaleka tak jednoduchý, jak by se mohlo na první pohled zdát. Především, tyto entity nemusí být (a v případě empirických výrazů nikdy nejsou) konkrétní předměty vnějšího světa. Uvažme např. výrazy jako *měsíc planety Země*, *starosta města Dunedin*, *prezident ČR*. Zdálo by se, že např. první z těchto výrazů označuje konkrétní nebeské těleso, které můžeme za jasných nocí pozorovat na obloze. Ovšem pak by výraz *měsíc planety Jupiter* musel rovněž označovat nějaké nebeské těleso. Avšak do té doby, než bylo známo, zda planeta Jupiter má vůbec nějaký měsíc, bychom tomuto výrazu nemohli rozumět, tedy dokud jsme pozitivně nezjistili, že tomu tak je a nenašli takové těleso. Ovšem jak bychom takovýto empirický výzkum prováděli, když bychom *nerozuměli* tomu, co máme hledat? Podobně rozumíme výrazu ‘starosta města Dunedin’, aniž bychom věděli, která osoba a zda vůbec nějaká, tento úřad zastává. Rozumíme jim proto, že známe jejich *význam*, tj. uvedené *pojmy*. Pojem tedy nemůže být konkrétní označený předmět, je to nějaká *abstraktní entita*. V běžném pojetí je pojem často ztotožňován s výrazem samotným, ovšem tato koncepce je neudržitelná. Vždyť co by pak měly opravdu synonymní (avšak ne totožné) výrazy jazyka (nebo i různých jazyků), kterým rozumíme, i když neznáme označenou entitu, jako např. ‘sopka’, ‘vulkán’, ‘muž, který přichází’, ‘přicházející muž’, apod., společného? Je to právě jejich *význam*, tj. vyjádřený pojem.

Vraťme se však ještě k problému, zda by tedy výrazem označená entita nemohl být konkrétní předmět vnějšího světa, když jsme roli abstraktní entity, díky které výrazu rozumíme, vyhradili (abstraktnímu) pojmu. Snadno se ukáže, že ani takováto koncepce by nebyla přijatelná. Uvažme jednoduché věty:

- (1) *Prezident ČR hraje tenis.*
- (2) *Jan Sokol se chtěl stát prezidentem ČR.*

Kdyby výraz ‘prezident ČR’ označoval konkrétní osobu, tedy Václava Klause, pak bychom z věty (2) mohli *logicky odvodit*, že Jan Sokol se chtěl stát Václavem Klausem! To jistě nelze přijmout. Smyslem věty (2) je sdělení, že Jan Sokol chtěl zastávat *úřad prezidenta ČR* a tento úřad je jistě jiná entita než osoba Václava Klause. Alonzo Church nazývá takovéto entity *individuálními koncepty* a tradiční intensionální logiky (včetně nejznámějšího systému Montagueho) je explikují jako *intense* (pojem *intense* budeme definovat za chvíli).

Je-li však věta (1) pravdivá za daného „stavu věcí“ a je-li za tohoto stavu věcí pravdivé i sdělení, že

- (3) *Václav Klaus je prezidentem ČR*  
pak je pravdivá i propozice, že
- (4) *Václav Klaus hraje tenis.*

Zdálo by se tedy, že ve větě (1) výraz ‘prezident ČR’ označuje Václava Klause („svou *extensi*“, viz níže), kdežto ve větě (2) označuje „svou *intensi*“, tj. individuový úřad. Tímto způsobem řeší „problém označování“ tradiční sémantické teorie (opět včetně Montagueho) již od doby, kdy Gottlob Frege publikoval v r. 1892 dnes již klasický článek o smyslu a významu „Sinn und Bedeutung“. Navíc tyto teorie v podstatě ztotožňují *význam* výrazu s označenou („denotovanou“) entitou. Proto bývají nazývány také *denotační* teorie. Pak by se ovšem význam výrazu (kterému však rozumíme stále stejně!) měnil v závislosti na tom, v jakém

kontextu je tento výraz užít. Dostali bychom se na pozici *kontextualismu*, kterou sdílí klasické intensionální logiky. Je zde však ještě jeden problém. Větu (4) nemůžeme *logicky odvodit* z věty (1) bez dodatečného předpokladu, bez premisy (3), neboť věta (1) vůbec Václava Klause nezmiňuje. Tato věta vypovídá něco o úřadu presidenta a o vlastnosti hrát tenis. Jistě, úřad samotný nemůže hrát tenis, ovšem nebylo by přesnější parafrází věty (1) sdělení, že „Ten, kdo zastává úřad presidenta ČR, hraje tenis“? Gottlob Frege zastával dva důležité sémantické principy:

- a) *Parmenidův princip*<sup>1</sup>: Nemůžeme mluvit o něčem, aniž bychom to nějak označili či zmínili.
- b) *Princip skladebnosti (kompozicionality)*: Význam složeného výrazu je funkcí (závisí pouze na) významů jeho složek.

Vidíme, že kontextualistický přístup oba tyto velice žádoucí principy narušuje. Mohli bychom se pokusit o nápravu tak, že bychom prohlásili, že významem výrazu a označenou entitou je vždy (v každém kontextu) *intense* (v našem případě daný úřad prezidenta). V dalším výkladu ukážeme, že v případě empirických výrazů je opravdu vždy, v každém kontextu, označenou entitou *intense*, přesně takové entity definujeme a budeme pojem *intense* explikovat. Můžeme tedy ztotožnit *význam* výrazu s označenou *intensí*, tedy obejít se bez kategorie *pojmu*, kterou jsme zmínili výše? Jaký význam pak bude mít věta

(5) „*Nejvyšší představitel ČR, volený dle ústavy z r. 1992 parlamentem, který je zároveň vrchním velitelem ozbrojených sil ...hraje tenis*“ ?

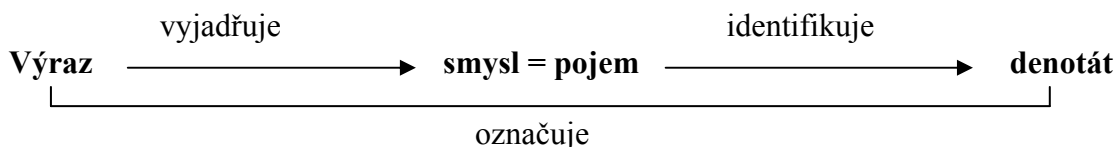
Má tato věta stejný význam jako věta (1)? Jistě, zmiňuje stejnou funkci, stejný úřad, neboť takto je úřad presidenta ČR *definován*, avšak zmiňuje navíc také vlastnosti *být představitelem ČR, být volen parlamentem, být vrchním velitelem ozbrojených sil*, atd. Nutně platí, že tato věta je pravdivá za přesně stejných podmínek jako věta (1), neboť vypovídá o tomtéž úřadu a říká, že ten, kdo jej zastává, hraje tenis. Věty (1) a (5) jsou tedy *ekvivalentní*, či analyticky shodné. Avšak o tomto úřadu vypovídají naše věty *různým způsobem*, pomocí různých pojmů, mají tedy různý význam. (Jistě by např. při překladu do jiného jazyka záleželo na tom, zda jsme přeložili větu (1) či větu (5) s „plnou definicí úřadu presidenta“ dle ústavy.) Mohli bychom také intuitivně říci, že pojem úřadu presidenta je ve větě (5) jinak strukturován, složen z jiných pojmů (princip kompozicionality!) než ve větě (1). A právě tato logická *struktura* je význam, který se snažíme při analýze nalézt (a zformalizovat). Uvedme ještě jeden příklad ekvivalentních vět.

*Není pravda, že kdo se bojí, nesmí do lesa.*

*Někteří se bojí a smí do lesa.*

Tyto věty opět nemůžeme považovat za věty se stejným významem, tj. opravdu synonymní, neboť jejich logická struktura není shodná (druhá věta např. vůbec nepoužívá pojem *negace*, který je v první užít dvakrát). Jistě by se našli takoví, kteří např. věří první větě a nevěří druhé (a není to přitom způsobeno jejich neznalostí jazyka). Přitom však jsou pravdivé za přesně stejných podmínek, tedy jsou co do pravdivosti logicky ekvivalentní, což snadno ověříme např. na základě predikátové logiky 1. řádu.

Naše dosavadní úvahy shrneme a znázorníme následujícím sémantickým schématem:



<sup>1</sup> Frege sám toto označení nepoužil.

V dalším textu se budeme zabývat explikací toho, co je to denotát, tedy *o čem mluvíme*, jaká je naše **ontologie**, a explikací toho, co je to pojem, tj. budeme hledat způsob, *jak mluvíme* o entitách naší ontologie. Jinými slovy, budeme provádět **konceptuální analýzu**.

Na závěr této kapitoly shrneme zásady TILu, které se budeme snažit dodržovat a podle kterých budeme postupovat.

- **Platonismus:** Významem výrazu je *abstraktní entita*, která je „mimo prostor a čas“.
- **Realismus:** Výrazy jazyka označují entity mimo jazyk
- **Princip kompozicionality:** Význam složeného výrazu je funkcí významů jeho složek.
- **Anti-kontextualismus:** Význam sémanticky soběstačného výrazu nezávisí na kontextu, ve kterém je výraz užit.
- **Funkcionální přístup:** Abstraktní i konkrétní entity, o kterých vypovídáme, modelujeme pomocí jistých (*parciálních*) *funkcí*.
- **Význam je strukturován** v algoritmickém slova smyslu.

### 3. Přednáška

#### *Nekonečná hierarchie entit* (naší ontologie).

Dříve než uvedeme přesné induktivní definice základních pojmů TILu, vysvětlíme, jak je vybudována nekonečná hierarchie entit naší ontologie. Především, *entitou* rozumíme jakýkoli objekt (konkrétní či abstraktní), o kterém můžeme v analyzovaném jazyce mluvit. Jelikož výrazy jazyka často nemluví přímo o konkrétních předmětech vnějšího světa, ale o abstraktních funkcích, vlastnostech, ale i pojmech, atd., nemůžeme se omezit na prvořádové teorie. Abychom se vyhnuli nebezpečí „bludného kruhu“ (např. problém Russellovy množiny všech množin, které nejsou prvkem sebe sama), a abychom se nemuseli omezovat na žádný řád  $n$ , zavádíme nekonečnou hierarchii entit. Jinými slovy, množina nemůže být nikdy prvkem sebe sama, její prvky jsou vždy nižšího typu než tato množina. Podobně hodnotou ani argumentem funkce  $F$  nemůže být funkce  $F$  samotná, neboť  $F$  je vyššího typu než její argumenty a hodnoty. Atd.

Musíme však hierarchii budovat na základě nějaké *báze*. Touto bází bude soubor vzájemně disjunktních *neprázdných* množin. Prvky těchto bázevých množin jsou *atomické* prvky. Z hlediska analýzy běžného přirozeného jazyka pracujeme s tzv. **epistémickou bází**. Je to soubor, ve kterém jistě potřebujeme mít množinu pravdivostních hodnot (značíme  $o$ ), dále množinu individuí (*universum diskursu*, značíme  $i$ ), množinu časových okamžiků  $\tau$  (které mohou za předpokladu časového kontinua hrát také roli reálných čísel) a množinu možných světů  $\omega$  – logický prostor jazyka. Termín **možný svět** vyvolává často nepatřičné konotace, jakoby šlo o fyzikálně alternativní světy. Tyto úvahy ponecháme doméně sci-fi. Předpokládáme, že náš fyzikální svět je jen jeden. Ovšem v tomto světě může nastávat v každém časovém okamžiku nekonečně mnoho událostí, faktů. Všechny tyto možnosti jsou stejně objektivní, avšak v každém časovém okamžiku je pouze jedna z nich skutečně realizovaná. Takovéto časové posloupnosti všech možných událostí (faktů) pak nazýváme *možnými světy* a ta chronologie faktů, která je skutečně realizovaná, se nazývá *aktuální svět*. Musíme si však uvědomit, že aktuální svět nemůžeme nikdy znát. Znamenalo by to znát všechna fakta, všechny události, které nastaly, nastávají či budou nastávat, tedy boží vševědoucnost.



Začneme tedy „v přízemí“, kde se nachází *nestrukturované* entity 1. řádu. Z hlediska mereologického (vztah „celek – část“) mohou tyto entity být strukturované, tedy mohou obsahovat prvky, části. Z hlediska pojmového (procedurálního, algoritmického) jsou však nestrukturované, tyto entity nejsou instrukce (pokyny), ani jejich části nejsou instrukce. Již zde v přízemí (na úrovni 1. řádu) máme nekonečnou hierarchii *parciálních* funkcí, které přiřazují  $n$ -tici prvků jakýchkoli typů 1. řádu *nanejvýš jeden* prvek typu 1. řádu. Poznamenejme však, že tento řád nemá nic společného s řádem predikátových logik. Z hlediska predikátové logiky jsou všechny tyto entity, kromě atomických prvků bázevých typů, vyšších řádů.

V „prvním patře“ se nacházejí entity, které konstruují entity 1. řádu, nazýváme je *konstrukce* 1. řádu a všechny tyto konstrukce tvoří typ řádu 2, značíme jej  $*_1$ . Rovněž zde máme nekonečnou hierarchii parciálních funkcí, které přiřazují  $n$ -ticím prvků typů řádu 2 *nanejvýš jeden* prvek typu řádu 2. Ve „druhém patře“ se nacházejí entity, které konstruují entity 1. nebo 2. řádu, nazýváme je *konstrukce* 2. řádu a všechny tyto konstrukce tvoří typ řádu 3, značíme jej  $*_2$ . Rovněž zde máme nekonečnou hierarchii parciálních funkcí, které přiřazují  $n$ -ticím prvků typů řádu 3 *nanejvýš jeden* prvek typu řádu 3. Atd., až do nekonečna. Abychom zachovali homogenitu funkcionálních typů, budeme považovat každý typ řádu menšího než  $n$  rovněž za typ řádu  $n$ .

Pojem *konstrukce* je snad nejdůležitějším pojmem TILu: Právě použití tohoto pojmu umožňuje vysokou expresivní sílu TILu a můžeme říct, že v podstatě téměř všechny známé „neřešitelné problémy“, se kterými se potýkají ostatní „denotační“ logické systémy, jsou pomocí konstrukcí snadno a průzračně řešitelné. Podobnou sémantickou koncepcí užívá pouze řecký logik a informatik Yannis Moschovakis, který explikuje význam jako „ideální algoritmus“. Uvědomme si však, že formule symbolické logiky jsou vlastně jakási schémata takovýchto konstrukcí a kdykoli potřebujeme něco vypovídat a vlastnostech těchto formálních systémů v rámci těchto systémů (tedy ne v metajazyce), potřebujeme nějakým způsobem identifikovat právě způsoby konstruování označených entit. Proto např. potřeboval Kurt Gödel zavést jedno-jednoznačné očíslování formulí a důkazů. Konstrukce je *abstraktní procedura*, která na základě daných vstupů po konečném počtu kroků dodává určitý výstup (nebo může také selhat). Nesmíme však zaměňovat proceduru s jejím provedením, které probíhá v čase a prostoru. Procedura samotná je pouze jakýsi návod, recept, jak po konečném počtu kroků dospět k žádanému výstupu (k označené entitě v případě výrazu). Části tohoto návodu, jednotlivé kroky, mohou být opět pouze procedury (instrukce). Ovšem návod musí *zmiňovat* ostatní (i neprocedurální) objekty, aby celá procedura mohla na základě vstupů identifikovat výstupní objekt. Smyslem výrazů je tedy deklarovat, specifikovat takové procedury, konstrukce jsou proto přiřazovány výrazům jako jejich *význam*. *Empirické procedury* jsou ty, které mají dva vstupní parametry, a to stav světa (modální parametr  $\omega$ ) a čas (temporální parametr  $\tau$ ). Tyto procedury konstruují *intense*, tj. parciální funkce, zobrazení z možných světů do chronologií prvků libovolného typu  $\alpha$ : ( $\omega \rightarrow (\tau \rightarrow \alpha)$ ), a jsou přiřazovány *empirickým* výrazům jako jejich význam. Tak např. smyslem empirické věty je specifikovat návod na vyhodnocení pravdivostních podmínek, tedy způsob, jak na základě daného aktuálního stavu světa v určitém časovém okamžiku dospějeme (nebo i nedospějeme) k pravdivostní hodnotě pravda či nepravda. *Logická analýza* věty (empirického výrazu) spočívá v nalezení tohoto návodu, *konstrukce propozice (intense)*. Její vlastní empirické *vyhodnocení*, určení pravdivostní hodnoty dané propozice (*extense* výrazu = hodnoty intense) v daném stavu světa a čase, tj. provedení zadané procedury, je již mimo oblast *a priori* logické disciplíny.

Pavel Tichý definoval šest typů konstrukcí, které později Jiří Zlatuška rozšířil o další dva typy pro práci s  $n$ -ticemi pro potřeby konceptuální analýzy. Uvedeme zatím pouze čtyři základní typy konstrukcí. Musíme opět začít s jistými *atomickými* konstrukcemi, které

identifikují (zmiňují) vstupní objekty přímo, tj. „bez pomoci“ jiných instrukcí. Jsou to *proměnné* a *trivialisace*. Zbylé dvě konstrukce jsou již více strukturované, obsahují jako části jiné instrukce, jejichž výstupy používají pro konstrukci výstupního objektu. Jsou to *kompozice*, která specifikuje způsob aplikace funkce na argument, a *uzávěr*, který udává, jak pomocí lambda-abstrakce vytvořit funkci.

Než přistoupíme k přesné formulaci jednotlivých definic, shrneme ještě obsah tohoto odstavce ve formě tabulky znázorňující nekonečnou ontologickou hierarchii entit:

## I. Nestrukturované entity.

**Entity typů 1. řádu:** *Nestrukturované* (z algoritmického hlediska, i když mohou obsahovat prvky a části, avšak jejich částmi nejsou nikdy instrukce).

a) **Bázové (atomické) entity** jsou prvky bázových množin:

- Pravdivostní hodnoty jsou prvky  $\mathbf{o} = \{\text{Pravda}, \text{Nepravda}\}$
- Individua jsou prvky universa diskursu:  $\mathbf{t} = \text{množina individuí}$
- Časové okamžiky nebo reálná čísla jsou prvky množiny  $\mathbf{\tau} = \text{reálná čísla}$
- Možné světy jsou prvky logického prostoru  $\mathbf{\omega} = \text{množina možných světů}$

b) **Funkcionální (molekulární) entity 1. řádu** jsou *parciální* funkce typu  $\alpha_1 \times \dots \times \alpha_n \rightarrow \beta$ , kde  $\alpha_1, \dots, \alpha_n, \beta$  jsou typy 1. řádu. Používáme obrácenou notaci:  $(\beta \alpha_1 \dots \alpha_n)$ .

Nejdůležitějšími funkcemi z hlediska analýzy přirozeného jazyka jsou *intense*, tj. funkce z možných světů do chronologií prvků daného typu  $\alpha$ :  $((\alpha\tau)\omega)$ , značíme zkráceně  $\alpha_{\tau\omega}$ . *Extense* pak jsou entity, které nejsou funkce z možných světů.

**II. Strukturované entity (z algoritmického hlediska):** *Procedury* (instrukce, návody) nebo takové entity, jejichž částmi jsou procedury (instrukce):

**Entity typů 2. řádu:** *Konstrukce* 1.řádivých entit, všechny patří do typu 2. řádu  $\ast_1$ .

- **Proměnné**  $x, y, w, t, p, \dots$ 
  - Konstruuji v závislosti na *valuaci*  $v$ :
  - pro *každý* typ  $\alpha$  je k dispozici spočetně nekonečně mnoho proměnných  $x_1, x_2, \dots$
  - prvky typu  $\alpha$  můžeme uspořádat do nekonečně mnoha posloupností:
    - $a_{11}, a_{12}, a_{13}, \dots$
    - $a_{21}, a_{22}, a_{23}, \dots$
    - $\dots$
    - $a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, \dots$
    - $\dots$
  - daná *valuace*  $v$  vybere jednu z těchto posloupností, např.  $a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, \dots$
  - Proměnná  $x_1$  pak  $v$ -konstruuje první prvek posloupnosti vybrané *valuací*  $v$ , tj.  $a_{i1}$
  - Proměnná  $x_2$   $v$ -konstruuje druhý prvek posloupnosti vybrané *valuací*  $v$ , tj.  $a_{i2}$ , atd.
- **Trivializace**  $^0X$  objektu  $X$  konstruuje  $X$  beze změny.
- **Uzávěr:**  $[\lambda x_1 \dots x_n C] \rightarrow \text{Funkci} / (\beta \alpha_1 \dots \alpha_n)$ 

$$\alpha_1 \quad \alpha_n \quad \beta$$

- **Kompozice:**  $[C \quad X_1 \dots X_n] \rightarrow$  Hodnotu funkce, tj. prvek typu  $\beta$   
 $(\beta \alpha_1 \dots \alpha_n) \quad \alpha_1 \quad \alpha_n$

**Příklady:**

$\lambda x [{}^0+x {}^01], x, {}^01, {}^05 / *1$  (‘/’ = patří do typu)

$x \rightarrow \tau, \lambda x [{}^0+x {}^01] \rightarrow (\tau \tau)$  (‘ $\rightarrow$ ’ = konstruuje prvek typu)

$[\lambda x [{}^0+x {}^01] {}^05] \rightarrow 6 / \tau$

**Entity typu 3. řádu:** Konstrukce entit typu 2. nebo 1. řádu, všechny patří do typu 3. řádu  $*_2$ .

**Příklady:**

${}^0[\lambda x [{}^0+x {}^01]] / *_2$ , konstruuje  $[\lambda x [{}^0+x {}^01]] / *_1$

*Přičtení 1 je aritmetická procedura:*

$Ar / (o *_1)$  – třída aritmetických konstrukcí 1. řádu

${}^0Ar [{}^0[\lambda x [{}^0+x {}^01]]] / *_2$ , konstruuje hodnotu Pravda

**Atd.**

Nyní již můžeme přistoupit k přesným induktivním definicím.

**Definice 1 (Typy řádu 1)** – Jednoduchá hierarchie typů.

Nechť  $B$  je báze, tj. kolekce vzájemně disjunktních neprázdných množin.

- Každý prvek báze  $B$  je (elementární) *typ řádu 1 nad  $B$* .
- Nechť  $\alpha, \beta_1, \dots, \beta_n$  jsou typy řádu 1 nad  $B$ . Pak množina všech (parciálních) funkcí - zobrazení z  $\beta_1 \times \dots \times \beta_n$  do  $\alpha$ , značená  $(\alpha \beta_1 \dots \beta_n)$ , je (funkcionální) *typ řádu 1 nad  $B$* .
- Typ řádu 1 nad  $B$*  je pouze dle i) a ii).

**Definice 2 (Konstrukce)**

- Atomické konstrukce jsou *proměnné*. Pro každý typ máme k dispozici spočetně nekonečně mnoho proměnných, což jsou neúplné konstrukce, které konstruuji objekt příslušného typu v závislosti na valuaci. Říkáme, že proměnná  $v$ -konstruuje, kde  $v$  je parametr valuace.
- Je-li  $X$  jakýkoli objekt (i konstrukce), pak  ${}^0X$  je konstrukce zvaná *trivializace*.  ${}^0X$  konstruuje jednoduše  $X$  bez jakékoli změny.
- Nechť  $X$  je konstrukce, která  $v$ -konstruuje funkci  $F / (\alpha \beta_1 \dots \beta_n)$  a necht'  $X_1, \dots, X_n$  jsou konstrukce, které  $v$ -konstruuji entity  $b_1 / \beta_1, \dots, b_n / \beta_n$ . Pak  $[X X_1 \dots X_n]$  je konstrukce zvaná *kompozice* (nebo tradičně aplikace). Jestliže funkce  $F$  není definována na  $n$ -tici objektů  $b_1, \dots, b_n$ , pak kompozice  $[X X_1 \dots X_n]$  je  $v$ -nevlastní (tj. nekonstruuje nic). Jinak  $v$ -konstruuje hodnotu  $F$  na  $\langle b_1, \dots, b_n \rangle$ .
- Nechť  $x_1, \dots, x_n$  jsou navzájem různé proměnné a  $X$  konstrukce. Pak  $[\lambda x_1 \dots x_n X]$  je konstrukce zvaná *uzávěr* (nebo tradičně abstrakce), která  $v$ -konstruuje následující funkci  $F$ : Necht'  $v'$  je valuace, která přiřazuje proměnným  $x_i$  objekty  $b_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) a je jinak stejná jako valuace  $v$ . Pak jestliže  $X$  je  $v'$ -nevlastní, je  $F$  nedefinována na  $\langle b_1, \dots, b_n \rangle$ . Jinak je hodnotou funkce  $F$  na  $\langle b_1, \dots, b_n \rangle$  objekt  $v'$ -konstruovaný konstrukcí  $X$ .
- Nic není konstrukce než dle i) - iv).

„Jazyk konstrukcí“ – transparentní okna do procedur, model = valuace proměnných, „opravdová“ konstanta = trivializace. Valuace - vysvětlit

TIL je logika založená na teorii typů, což nám umožňuje vyhnout se nebezpečí bludného kruhu a díky nekonečné hierarchii typů nejsme omezeni na určitý řád. Jednoduchá teorie typů však není dostatečně silná, neboť potřebujeme zacházet s konstrukcemi jako s ‘plnoprávnými objekty’, jinými slovy, v přirozeném jazyce se můžeme vyjadřovat nejen o ‘normálních’ objektech 1. řádu, ale také o konstrukcích (pojmech) a konstrukce (pojmy) mohou být nejen užívány, ale také zmiňovány. Proměnná nebo konstrukce však nemůže patřit do svého oboru hodnot, tedy každá konstrukce je (patří do) určitého typu a konstruuje entitu nižšího typu. Následující definice je v jistém smyslu zobecněním Russellovy rozvětvené teorie typů.

**Definice 3 (Rozvětvená teorie typů)**

Nechť  $B$  je báze, tj. kolekce vzájemně disjunktních neprázdných množin.

**$T_1$  - typy řádu 1:** Byly definovány definicí 1.

**$C_n$  - konstrukce řádu  $n$**

- i) Nechť  $x$  je proměnná, jejíž obor proměnnosti je typ řádu  $n$ . Pak  $x$  je konstrukce řádu  $n$ .
- ii) Nechť  $X$  je prvek typu řádu  $n$ . Pak  ${}^0X$  je konstrukce řádu  $n$ .
- iii) Nechť  $X, X_1, \dots, X_m$  jsou konstrukce řádu  $n$ . Pak  $[X X_1 \dots X_m]$  je konstrukce řádu  $n$ .
- iv) Nechť  $x_1, \dots, x_m, X$  jsou konstrukce řádu  $n$ . Pak  $[\lambda x_1 \dots x_m X]$  je konstrukce řádu  $n$ .

**$T_{n+1}$  - typy řádu  $n + 1$**

Nechť  $*_n$  je množina všech konstrukcí řádu  $n$ .

- i)  $*_n$  a každý typ řádu  $n$  jsou typy řádu  $n + 1$ .
- ii) Jestliže  $\alpha, \beta_1, \dots, \beta_m$  jsou typy řádu  $n + 1$ , pak  $(\alpha \beta_1 \dots \beta_m)$  jsou typy řádu  $n + 1$ .
- iii) Nic není typ řádu  $n + 1$  než dle i), ii).

**Notace:** Objekt  $O$  typu  $\alpha$  budeme zapisovat jako  $\alpha$ -objekt nebo  $O / \alpha$ . Skutečnost, že konstrukce  $C$  konstruuje objekt  $O / \alpha$  budeme značit  $C \rightarrow O / \alpha$ , nebo pouze  $O \rightarrow \alpha$ .

**Poznámky:**

Pouze kompozice může být „špatným návodem“, při jehož užití nikam nedospějeme. Jinými slovy, pouze kompozice může být ( $v$ -)nevlastní. Tento případ může nastat ze dvou důvodů:

- a) Komponenta  $X$  konstruuje funkci  $F / (\alpha \beta_1 \dots \beta_n)$  a komponenty  $X_1, \dots, X_n$  konstruují  $\beta_1, \dots, \beta_n$ -objekty, avšak funkce  $F$  není definována na těchto objektech
  - b) Některé z komponent  $X, X_1, \dots, X_n$  „nedodaly vstupy/výstupy“, jsou  $v$ -nevlastní.
- Případ, kdy komponenty  $X, X_1, \dots, X_n$  konstruují objekty nevyhovujících typů, je dle definice vyloučen.

Podle této definice tedy rozlišíme případ, kdy má sice výraz naprosto dobrý smysl, ale neoznačuje žádný objekt (např. *největší prvočíslo*, či věta *Největší prvočíslo je sudé*), od případu, kdy je výraz zcela nesmyslný, nevyjadřuje žádný pojem (např. “category mistake” - *Pětka je student, některá prvočísla jsou červená, ...*) a typová kontrola tak plní svůj účel.

**Definice 4. Kvantifikátory**

Kvantifikátory  $\forall^\alpha$  – obecný a  $\exists^\alpha$  – existenční nejsou „logické symboly“, ale funkcionální objekty typu  $(\alpha(\alpha\alpha))$ . Je-li  $B \rightarrow \alpha, x \rightarrow \alpha$ , pak konstrukce  $[{}^0\forall^\alpha \lambda x B]$  konstruuje Pravdu, pokud konstrukce  $[\lambda x B]$  konstruuje celý typ  $\alpha$ , jinak Nepravdu. Konstrukce  $[{}^0\exists^\alpha \lambda x B]$  konstruuje Pravdu, pokud konstrukce  $[\lambda x B]$  konstruuje neprázdnou podmnožinu typu  $\alpha$ , jinak Nepravdu.

Singularizátor  $I^\alpha$  je objekt typu  $(\alpha(\alpha\alpha))$ . Konstrukce  $[{}^0I^\alpha \lambda x B]$  konstruuje jediný prvek množiny konstruované  $[\lambda x B]$ , pokud je tato množina singleton (jednoprvková), jinak je tato konstrukce nevlastní, nekonstruuje nic.

**Notace.** Místo  $[^0\forall^\alpha \lambda x\dots]$ ,  $[^0\exists^\alpha \lambda x\dots]$  budeme používat obvyklou notaci  $\forall x\dots$ ,  $\exists x\dots$ . Podobně místo  $[^0\Gamma^\alpha \lambda x\dots]$  budeme psát  $\iota x\dots$  (to jediné  $x$  takové, že ...). Budeme rovněž používat standardní infixní notaci bez trivializace pro logické spojky (funkce typu (ooo), resp. (oo)).

TIL je intenzionální logika, tedy je založená na sémantice možných světů.

**Definice 5.** *Epistémická báze, intense, extense.*

Báze v TILu je tzv. *epistémická báze*, což je kolekce  $\{o, \iota, \tau, \omega\}$ , kde  $o$  je množina pravdivostních hodnot,  $\iota$  je universum diskursu a jeho prvky jsou individua,  $\tau$  je množina časových okamžiků (nebo také reálných čísel) a  $\omega$  je množina možných světů. Empirické výrazy označují *intenze*, což jsou funkce z možných světů a časových okamžiků do jistého typu  $\alpha$ . Tedy  $(\alpha)$ -*intenze* jsou prvky typu  $((\alpha\tau)\omega)$ , což budeme zkracovat jako  $\alpha_{\tau\omega}$ ,  $(\alpha)$ -*extense* pak nejsou funkce z možných světů.

**Notace:** Budeme standardně používat proměnnou  $w$  s oborem proměnnosti  $\omega$  a  $t$  s oborem proměnnosti  $\tau$ . Je-li  $X$  konstrukce konstruující intenzi typu  $\alpha_{\tau\omega}$ , budeme psát  $X_{wt}$  místo  $[[Xw]t]$ .

**Příklady typických intenzí:**

- Propozice* jsou zobrazení typu  $o_{\tau\omega}$ . Empirické věty jako *Největší hora je v Asii*, označují propozice.
- Vztahy* mezi prvky typů  $\beta_1, \dots, \beta_n$  jsou zobrazení typu  $(o\beta_1\dots\beta_n)_{\tau\omega}$ . Např. vztah (mezi individui) *být starší než je objekt* typu  $(o\iota)_{\tau\omega}$ .
- Vlastnosti individuí*, jako *být bohatý*, *být člověkem* jsou objekty typu  $(o\iota)_{\tau\omega}$ .
- Individuové úřady* (Churchovy individuální koncepty) jsou objekty typu  $\iota_{\tau\omega}$ . Příkladem jsou *objekty* označené výrazy jako *největší hora*, *president České republiky*, *starosta města Dunedin*. Liší se od vlastností (jako „být prezidentem ČR“) tím, že v závislosti na světech a časech nevracejí množinu individuí, ale nanejvýš jedno individuum.
- Empirické funkce – atributy* jsou objekty typu  $(\alpha\beta)_{\tau\omega}$ . Příkladem jsou objekty označené výrazy jako *věk (daného individua)*, *adresa (daného individua)*, *president (daného státu)*, *děti (dané osoby)*, apod.
- Vlastnosti propozic*, jako *být nutná*, *být analytická*, *být empirická*, *být pravdivá*, atd., jsou objekty typu  $(o o_{\tau\omega})_{\tau\omega}$ .

**Definice 6.** *Volné a vázané proměnné, uzavřená vs. otevřená konstrukce.*

Nechť  $C$  je konstrukce a  $x$  proměnná. Nechť  $C$  obsahuje alespoň jeden výskyt proměnné  $x$ .

- Jestliže  $C$  je  $x$ , pak  $x$  je *volná* v  $C$ .
- Jestliže  $C$  je  $^0X$ , pak  $x$  je  *$o$ -vázaná* v  $C$ .
- Jestliže  $C$  je  $[XX_1\dots X_n]$ , pak  $x$  je *volná* v  $C$  pokud alespoň jeden výskyt  $x$  je volný v  $X$  nebo  $X_1, \dots$  nebo  $X_n$ .
- Jestliže  $C$  je  $[\lambda x_1\dots x_m X]$ , pak  $x$  je *volná* v  $C$  pokud je různá od  $x_1, \dots, x_m$  a je volná v  $X$ . Proměnné  $x_1, \dots, x_m$  jsou  *$\lambda$ -vázané* v  $C$  pokud nejsou  *$o$ -vázané* v  $X$ .
- Proměnná  $x$  je *volná nebo  $o$ - ( $\lambda$ )-vázaná* v  $C$  pouze pokud nastane a) - d).  $\square$

**Definice 7** *Logická analýza*

(Z hlediska TIL) *logická analýza* (empirického) výrazu  $E$  spočívá v nalezení konstrukce  $P$  vyjádřené výrazem  $E$ , která  $v$ -konstruuje objekt  $D$  označený výrazem  $E$ .

Je-li význam výrazu  $E$  *úplný*, tj. nezávislý na kontextu, ve kterém je výraz užit, pak  $E$  vyjadřuje *pojem*, tj. *uzavřenou konstrukci*.

*Analytické pojmy* identifikují (konstruují) extense.

*Empirické pojmy* identifikují (konstruují) intense.

**Pozn.:**

V případě analytického (matematického) výrazu se může stát, že označený objekt chybí, přesto může výraz  $E$  vyjadřovat svůj význam, tedy konstrukci.

**Pravidlo  $\beta$ -redukce (neboli  $\lambda$ -transformace)**

Základním pravidlem pro odvozování důsledků v  $\lambda$ -kalkulu je tzv.  $\beta$ -pravidlo. Rovněž při odvozování v „jazyce konstrukcí“ budeme toto pravidlo potřebovat. Definujeme proto nyní jeho objektuální podobu. Vysvětlíme nejprve jeho použití na příkladě. Chceme-li vypočítat hodnotu nějaké funkce  $F$  na určitém argumentu  $a$ , pak tuto funkci na argument  $a$  aplikujeme. Například hodnotou funkce následníka Succ / ( $\tau\tau$ ) na argumentu 1 bude 2, na argumentu 2 bude 3, atd. Funkci Succ však můžeme definovat pomocí uzávěru:  ${}^0\text{Succ} = \lambda x [{}^0+ x {}^01]$  neboli zkráceně  ${}^0\text{Succ} = \lambda x [x + {}^01]$ . Hodnotu funkce na argumentu konstruuje kompozice. Tedy

$$[{}^0\text{Succ } {}^01] = [\lambda x [x + {}^01] {}^01] = {}^02, [{}^0\text{Succ } {}^02] = [\lambda x [x + {}^01] {}^02] = {}^03, \text{ atd.}$$

Ovšem jaký je smysl uzávěru  $[\lambda x [x + {}^01]]$ ? Volně řečeno: Pro *jakýkoli* argument  $x$  přiřad' jako hodnotu výsledek aplikace funkce  $+$  na tento argument  $x$  a číslo 1. Dodáme-li nyní určitý argument  $a$  a chceme vypočítat hodnotu funkce na tomto argumentu, neznamená to nic jiného, než dosadit  $a$  za  $x$ . Tedy musí platit, že  $[\lambda x [x + {}^01] a] = [a + {}^01]$ . V žargonu programovacích jazyků můžeme připodobnit uzávěr  $[\lambda x [x + {}^01]$  *deklaraci funkce* s formálním parametrem  $x$  a kompozici  $[\lambda x [x + {}^01] a]$  *volání funkce* se skutečným parametrem  $a$ . Tedy

$$[\lambda x [x + {}^01] {}^01] = [{}^01 + {}^01] = {}^02, [\lambda x [x + {}^01] {}^02] = [{}^02 + {}^01] = {}^03, \text{ atd.}$$

Dříve, než budeme moci definovat pravidlo  $\beta$ -redukce obecně, musíme definovat volné / vázané proměnné a otevřené /uzavřené konstrukce:

**Definice 8. Pravidlo  $\beta$ -redukce.**

Nechť  $C$  je konstrukce, která obsahuje volné proměnné  $x_1 \rightarrow \alpha_1, \dots, x_n \rightarrow \alpha_n$  a necht'  $C_1 \rightarrow \alpha_1, \dots, C_n \rightarrow \alpha_n$  jsou konstrukce s volnými proměnnými  $y_1, \dots, y_m$ . Označme  $C(x_1/C_1 \dots x_n/C_n)$  konstrukci, která vznikne z konstrukce  $C$  substitucí po řadě konstrukcí  $C_1, \dots, C_n$  za proměnné  $x_1, \dots, x_n$  takovou, že nedojde ke kolisi proměnných. To znamená, že žádná z proměnných  $y_1, \dots, y_m$  se nestane po substituci vázanou. Pak řekneme, že konstrukce  $C(x_1/C_1 \dots x_n/C_n)$  vznikla z konstrukce  $[\lambda x_1 \dots x_n C] C_1 \dots C_n$  aplikací *pravidla  $\beta$ -redukce*.

**Tvrzení:** Jestliže konstrukce  $C_1, \dots, C_n$   $v$ -konstruují po řadě objekty  $a_1/\alpha_1, \dots, a_n/\alpha_n$ , pak je pravidlo  $\beta$ -redukce  $[\lambda x_1 \dots x_n C] C_1 \dots C_n \vdash C(x_1/C_1 \dots x_n/C_n)$  korektní, tj. obě konstrukce jsou ekvivalentní a  $v$ -konstruují hodnotu funkce  $v$ -konstruované  $[\lambda x_1 \dots x_n C]$  na argumentu  $a_1, \dots, a_n$ .

**Pozn.:** Je zřejmé, že  $\beta$ -pravidlo můžeme použít bez obav v případě, kdy substituované konstrukce *nejsou v-nevlastní*. Nejjednodušším případem je taková substituce, kdy za proměnné dosazujeme jiné proměnné tak, aby nedošlo ke kolizi.

Např.  $[\lambda x [x + {}^01] y] \vdash [y + {}^01]$  je ekvivalentní transformace.

Takovou transformaci budeme nazývat  *$\beta$ -redukce*.

## Úlohy

- Určete typ** označeného objektu – matematické výrazy:
  - 9, 7, Karel, Marie, ...
  - $>$ ,  $\geq$
  - funkce následníka, funkce sčítání, dělení
  - $9 > 7$ ,  $2 + 5$
  - $2 + 5 = 7$
  - množina prvočísel, množina {Karel, Marie, Petr}
  - sudá, lichá čísla
- Určete typ** označeného objektu – empirické výrazy:
  - Nejvyšší hora na světě, prezident ČR, nejbohatší muž na světě
  - student, bohatý student, zaměstnanec, průvodčí
  - mít rád, kopnout do, podívat se na, počítat
  - prezident něčeho, plat někoho, plat zaměstnance
  - rychlost světla, počet planet
  - Prezident ČR hraje tenis.
- Proveďte analýzu** (typovou a syntézu v konstrukci):
  - Všechna prvočísla jsou lichá.
  - Definujte množinu prvočísel (množina přirozených čísel, která mají přesně dva dělitele).
  - Karel je bohatý.
  - Nejvyšší hora je v Asii.
  - Prezident ČR je bohatý.
  - Václav Klaus je prezidentem ČR.
  - Prezident ČR je volitelný.
  - Majetek nejbohatšího člověka je větší než \$10.000.000. (účetní hodnota)
- Na základě tvrzení 3. formulujte jednoduché **úsudky** a analyzujte je.

## **4. Přednáška**

### Řešení základních úloh

**Ad 1) Určete typ** označeného objektu – matematické výrazy:

$9 / \tau$ ,  $7 / \tau$ , Karel /  $\iota$ , Marie /  $\iota$ , ...

$> / (o \tau\tau)$ ,  $\geq / (o \tau\tau)$

funkce následníka /  $(\tau\tau)$ , funkce sčítání /  $(\tau\tau\tau)$ , dělení /  $(\tau\tau\tau)$

$9 > 7 / o$ ,  $2 + 5 / \tau$

$2 + 5 = 7 / o$

množina prvočísel /  $(o\tau)$ , množina {Karel, Marie, Petr} /  $(o\iota)$

sudá, lichá čísla /  $(o\tau)$

**Ad 2) Určete typ** označeného objektu – empirické výrazy:

Nejvyšší hora na světě, prezident ČR, nejbohatší muž na světě /  $\iota_{\tau o}$

student, bohatý student, zaměstnanec, průvodčí /  $(o\iota)_{\tau o}$

mít rád, kopnout do, podívat se na /  $(o \iota)_{\tau o}$

počítat /  $(o \iota * \iota)_{\tau o}$

president něčeho, plat zaměstnance /  $(\iota)_{\tau\omega}$   
 plat zaměstnance Nováka /  $(\tau)_{\tau\omega}$   
 rychlost světla, počet planet /  $\tau_{\tau\omega}$   
 President ČR hraje tenis /  $o_{\tau\omega}$

**Ad 3) Proved'te analýzu** (typovou a syntézu v konstrukci):

- Všechna prvočísla jsou lichá.  
 $\text{Pr}(\text{vočísla}), \text{L}(\text{ichá}) / (\text{o}\tau), \supset / (\text{o}\text{o}\text{o}), \forall^\tau / (\text{o}(\text{o}\tau)), x \rightarrow \tau$   
 $[\text{Prvočísla } x] \supset [\text{Licha } x] \rightarrow \text{False} / \text{o}$

Kontrola:  $[\forall^\tau \lambda x [\supset [\text{Prvočísla } x] [\text{Licha } x]]]$   
 $(\text{o}\tau) \quad \tau \quad (\text{o}\tau) \quad \tau$   
 $\text{o}\text{o}\text{o} \quad \text{o} \quad \text{o}$   
 $\text{o}$   
 $(\text{o}(\text{o}\tau) \quad (\text{o}\tau))$   
 $\text{o}$

- Definujte množinu prvočísel (množina přirozených čísel - Nat, která mají přesně dva dělitele):  
 $\text{Nat} / (\text{o}\tau), \text{Děli} / (\text{o}\tau\tau), \text{Počet} / (\tau (\text{o}\tau)), 2 / \tau$   
 $\lambda x [ [\text{Nat } x] \wedge [\text{Pocet } \lambda y [ [\text{Nat } y] \wedge [\text{Deli } y x] ] = 2 ] ] \rightarrow \text{Prvočísla} / (\text{o}\tau)$
- Karel je bohatý.  
 $\text{Karel} / \iota, \text{Bohaty} / (\text{o } \iota)_{\tau\omega}, w \rightarrow \omega, t \rightarrow \tau$   
 $\lambda w \lambda t [ \text{Bohaty}_{wt} \text{Karel} ]$
- President ČR je bohatý.  
 $\text{President} / (\iota)_{\tau\omega}, \text{CR} / \iota, \text{PresidentCR} / \iota_{\tau\omega}$   
 $\lambda w \lambda t [ \text{Bohaty}_{wt} [ \lambda w \lambda t [ \text{President}_{wt} \text{CR} ] ] ]$
- President ČR je volitelný.  
 $\text{Volitelný} / (\text{o } \iota_{\tau\omega})_{\tau\omega}$   
 $\lambda w \lambda t [ \text{Volitelný}_{wt} [ \lambda w \lambda t [ \text{President}_{wt} \text{CR} ] ] ]$

**Ad 4)** Na základě tvrzení ad 3. formulujte jednoduché **úsudky** a analyzujte je:

Václav Klaus je prezidentem ČR.  
 President ČR je bohatý.

(R) \_\_\_\_\_  
 Václav Klaus je bohatý.

$\text{VaclavKlaus} = [ \lambda w \lambda t [ \text{President}_{wt} \text{CR} ] ]_{wt}$   
 $[ \text{Bohaty}_{wt} [ \lambda w \lambda t [ \text{President}_{wt} \text{CR} ] ] ]_{wt}$   
 \_\_\_\_\_  
 $[ \text{Bohaty}_{wt} \text{VaclavKlaus} ]$

**Úsudek je správný**, neboť pro všechny valuační proměnné  $w, t$  takové, ve kterých konstrukce nad čarou  $\nu$ -konstruuje Pravdu, konstrukce pod čarou  $\nu$ -konstruuje rovněž Pravdu. Jinými slovy, závěr je pravdivý za všech okolností (ve všech stavech světa  $w, t$ ), za kterých jsou pravdivé předpoklady: **Závěr logicky vyplývá z předpokladů.**





Kolik proměnných  $w$  je v těchto konstrukcích použito, a kolik mají výskytů? Na první pohled by se mohlo zdát, že v konstrukcích (1) a (2) je použita jedna proměnná  $w$ , která má čtyři výskyty v (1) a pět výskytů v (2). Není tomu tak.

Za prvé, syntaktický obrat „ $\lambda w$ “ pouze signalizuje typ instrukce: Abstrahovat od proměnné  $w$  za účelem identifikace funkce. Skutečným výskytem proměnné je její použití v kompozici:  $[[^0\text{Volitelný } w] t]$ .

Za druhé, je proměnná  $w$ , která je použita ve druhé kompozici  $[[^0\text{President } w] t]$ , tatáž konstrukce jako proměnná  $w$ , která je použita v kompozici  $[[^0\text{Volitelný } w] t]$ ? Odpověď zní ne, jsou to dvě různé konstrukce, neboť jejich evaluace (to co konstruují) závisí na různých valuacích. Pokud jsou to však různé konstrukce, měli bychom pro ně použít různá jména, např.  $w$ ,  $w^*$ . Korektní zápis našich konstrukcí tedy bude:

$$(1) \quad \lambda w \lambda t [^0\text{Volitelný}_{wt} [\lambda w^* \lambda t^* [^0\text{President}_{w^*t^*} \text{CR}]] ]$$

$$(2) \quad \lambda w \lambda t [^0\text{Bohatý}_{wt} [\lambda w^* \lambda t^* [^0\text{President}_{w^*t^*} \text{CR}]]_{wt} ]$$

Konstrukce (1) obsahuje **jeden výskyt proměnné  $w$  a jeden výskyt proměnné  $w^*$** . Konstrukce (2) obsahuje **dva výskyty proměnné  $w$  a jeden výskyt proměnné  $w^*$** .

Všimněme si ještě jedné skutečnosti. Jak konstrukce (empirické) funkce President, tj. konstrukce  $^0\text{President}$ , tak konstrukce úřadu presidenta ČR, tj.  $[\lambda w^* \lambda t^* [^0\text{President}_{w^*t^*} \text{CR}]]$ , jsou podrobeny v (2) intensionálnímu sestupu. Avšak první z nich je v kompozici s proměnnými  $w^*$ ,  $t^*$ , zatímco druhá s proměnnými  $w, t$ . Jistě, vždyť věta tvrdí, že ten kdo zastává úřad presidenta ČR v aktuálním stavu světa v okamžiku promluvy, je v tomto stavu světa a v tomto čase bohatý. Nazvěme stav světa, konstruovaný proměnnými  $w, t$ , **perspektivou mluvčího**. Tedy konstrukce  $[\lambda w^* \lambda t^* [^0\text{President}_{w^*t^*} \text{CR}]]$  je podrobena v (2) intensionálnímu sestupu vzhledem k perspektivě mluvčího,  $[\lambda w^* \lambda t^* [^0\text{President}_{w^*t^*} \text{CR}]]_{wt}$ , a slouží jako „pointer k věci –  $re$ “, tj. ukazuje na dané individuum.

Všimněte si, že konstrukci  $[\lambda w^* \lambda t^* [^0\text{President}_{w^*t^*} \text{CR}]]_{wt}$  můžeme ještě upravit použitím tzv. pravidla  **$\beta_i$ -redukce** (neboli  $\lambda$ -transformace) na ekvivalentní tvar, kdy za proměnné  $w^*$ ,  $t^*$  substituujeme proměnné  $w, t$ :  $[^0\text{President}_{wt} \text{CR}]$ .

Nyní již můžeme definovat supozici ***de dicto*** a ***de re***:

### Definice 9. *De dicto* vs. *de re*.

Nechť  $C$  je konstrukce intence tvaru  $[\lambda w \lambda t X]$  a  $D$  její podkonstrukce, která rovněž konstruuje intenci. Pak konstrukce  $D$  je **užita v  $C$  v supozici *de re***, pokud je podrobena v konstrukci  $C$  nebo v  $\beta_i$ -ekvivalentní konstrukci  $C'$  intensionálnímu sestupu vzhledem k perspektivě mluvčího  $w, t$ :  $D_{wt}$ . Jinak je  $D$  **užita v  $C$  v supozici *de dicto***.

*Poznámka:* Říkáme, že rovněž příslušný výraz, jemuž je daná konstrukce přiřazena jako analýza, je užit v supozici *de dicto* či *de re*.

Situaci si znázorníme na příkladech užití výrazů a jejich významů ve větách (1) a (2):

$$(1) \quad \lambda w \lambda t [^0\text{Volitelný}_{wt} [\lambda w^* \lambda t^* [^0\text{President}_{w^*t^*} \text{CR}]] ]$$

$\downarrow$   
*de re*

$\lambda w^* \lambda t^* [^0\text{President}_{w^*t^*} \text{CR}]$   
*de dicto*

$$(2) \quad \lambda w \lambda t \left[ {}^0\text{Bohaty}_{wt} \left[ \lambda w^* \lambda t^* \left[ {}^0\text{President}_{w^*t^*} {}^0\text{CR} \right] \right]_{wt} \right]$$

|
|
|

*de re*
*de re*

Konstrukci (2) můžeme ještě upravit použitím pravidla  $\beta$ -redukce (neboli  $\lambda$ -transformace) na ekvivalentní tvar, kdy za proměnné  $w^*$ ,  $t^*$  substituujeme proměnné  $w, t$ :

$$(2') \quad \lambda w \lambda t \left[ {}^0\text{Bohaty}_{wt} \left[ {}^0\text{President}_{wt} {}^0\text{CR} \right] \right]$$

Nyní je zřejmé, že i výraz *president* (konstrukce  ${}^0\text{President}$ ) jsou užity v (2) v supozici *de re*.

Všimněte si, že ve větě (1) je výraz *volitelný* (a příslušná konstrukce  ${}^0\text{Volitelný}$ ) užit *de re*. Přitom objekt – *re*, ke kterému se zde pomocí intensionálního sestupu referuje, není individuum, ale aktuální populace vlastnosti *být volitelný*, tj. *množina úřadů*. V naší bohaté ontologii můžeme referovat nejen k individuí (jako je tomu v logikách 1. řádu), ale i např. k množinám individuí, k úřadům, k množinám úřadů, atd.

Příklady úsudků (R) a (D) výše ilustrují ještě jednu skutečnost. V případě použití výrazu (a odpovídající konstrukce) *de re* můžeme za tento výraz (konstrukci) substituovat jiný výraz (konstrukci), který odkazuje na stejné „*re*“, stejnou hodnotu intense v daném stavu světa, se zachováním pravdivosti. Tak např., je-li pravda, že

*Nejvyšší hora je Mount Everest*  
 a *Nejvyšší hora se nachází v Asii*,  
 pak je také pravdou, že  
*Mount Everest se nachází v Asii*.

Nebo, je-li pravda, že

*President USA je republikán*  
 a *President USA je manžel Laury Bushové*,  
 pak je také pravdou, že  
*Manžel Laury Bushové je republikán*.

Příkladem úsudku, kdy referujeme k úřadu (s použitím úřadu úřadů), je

*Nejvyšším výkonným úřadem USA je president USA.*  
*Karel se chce stát prezidentem USA.*

(NV) 

---

 *Karel chce zastávat nejvyšší výkonný úřad USA.*

Uvedený vztah mezi výroky platí nutně, nezávisle na stavu světa, je to vztah **logického vyplývání**. Tak např. v době „války v zálivu“ v r. 1990 nebyla pravdivá druhá premisa druhého úsudku, avšak tento fakt nemá žádný vliv na jeho platnost, správnost. Úsudek je správný díky významu jednotlivých vět, je to nutný vztah mezi konstrukcemi, vyjádřenými těmito větami. Proto definujeme:

**Definice 10.** *Logické vyplývání.*

Nechť  $C_1, \dots, C_n, C$  jsou konstrukce propozic ( $\rightarrow o_{\tau\omega}$ ). Řekneme, že z množiny konstrukcí  $\{C_1, \dots, C_n\}$  **logicky vyplývá** konstrukce  $C$ , značíme  $C_1, \dots, C_n \models C$ , jestliže ve všech stavech světa  $w, t$ , ve kterých všechny  $C_1, \dots, C_n$   $v$ -konstruují pravdivé propozice platí, že  $C$   $v$ -konstruuje rovněž pravdivou propozici.

$$\text{Formálně: } \frac{[{}^0\text{True}_{wt}^P C_1], \dots, [{}^0\text{True}_{wt}^P C_n]}{[{}^0\text{True}_{wt}^P C]}$$

kde  $\text{True}^P / (o \ o_{\tau\omega})_{\tau\omega}$  je vlastnost propozice P *být pravdivá*:

**$[\text{True}^P_{wt} \text{ }^0\text{P}]$  konstruuje Pravdu, jestliže  $^0\text{P}_{wt}$  konstruuje Pravdu, jinak Nepravdu.**

Poznamenejme, že empirické výrazy označující intense, které mají v aktuálním stavu světa stejnou hodnotu, nazýváme (aktuálně) *koreferenčními výrazy*. Nyní můžeme formulovat první princip, který platí pouze v případě supozice *de re*.

### 1. Princip *de re*: Princip zaměnitelnosti koreferenčních výrazů

Je-li ve větě výraz V užit v supozici *de re*, pak můžeme tento výraz nahradit koreferenčním výrazem V' *se zachováním pravdivosti* dané věty.

Položíme si nyní další otázku. Jaké byly pravdivostní hodnoty vět (1) a (2) v době, kdy *president ČR neexistoval*, například v únoru 2003? Věta (1) byla jistě pravdivá i v této době, vždyť parlament ČR se několikrát pokoušel presidenta zvolit. Pravdivost věty (1) nijak nezávisí na tom, zda někdo zastává daný úřad či ne, neboť úřad je zde pouze zmiňován *de dicto*. Tedy v únoru 2003 platilo, že následující konstrukce *v*-konstruuje pravdu:

$[\text{True}^P_{wt} \lambda w \lambda t [\text{Volitelny}_{wt} [\lambda w^* \lambda t^* [^0\text{President}_{w^*t^*} \text{ }^0\text{CR}]]]]$ .

Avšak věta (2) jistě nemohla být pravdivá, vždyť přisuzuje vlastnost *být bohatý* právě tomu, kdo zastává daný úřad a žádná taková osoba v uvedené době tuto roli nevykonávala. To znamená, že **v únoru 2003**

$[\text{True}^P_{wt} \lambda w \lambda t [^0\text{Bohaty}_{wt} [\lambda w^* \lambda t^* [^0\text{President}_{w^*t^*} \text{ }^0\text{CR}]]_{wt}]] \rightarrow (v) \text{ Nepravda.}$

Byla tedy tato věta nepravdivá? Pak by však musela být pravdivá věta, že *President ČR není bohatý*, avšak ani to není možné, neboť bychom opět přisuzovali vlastnost *nebýt bohatý* osobě, která zastává daný úřad a žádná taková osoba v únoru 2003 nebyla. Proto

$[\text{False}^P_{wt} \lambda w \lambda t [^0\text{Bohaty}_{wt} [\lambda w^* \lambda t^* [^0\text{President}_{w^*t^*} \text{ }^0\text{CR}]]_{wt}]] \rightarrow (v) \text{ Nepravda,}$

kde  $\text{False} / (o \ o_{\tau\omega})_{\tau\omega}$  je vlastnost propozice P *být nepravdivá*, tedy

**$[\text{False}^P_{wt} \text{ }^0\text{P}]$  *v*-konstruuje Pravdu, pokud  $^0\text{P}_{wt}$  *v*-konstruuje Nepravdu, jinak  $[\text{False}^P_{wt} \text{ }^0\text{P}]$  *v*-konstruuje Nepravdu.**

Vidíme, že věta (2) nemohla být v době, kdy prezident ČR neexistoval, ani pravdivá, ani nepravdivá. Označená propozice *neměla žádnou pravdivostní hodnotu*. To však pro náš systém není žádný problém, neboť hierarchii entit ontologie analyzovaného jazyka tvoří *parciální funkce*, které na některých argumentech nemusí vracet žádnou hodnotu. Empirické výrazy označují intense, a to jsou rovněž parciální funkce, v případě vět jsou to propozice, tj. objekty typu  $o_{\tau\omega}$ . V uvažovaném stavu světa má propozice, že prezident ČR je bohatý vlastnost *být nedefinována*. Proto definujeme ještě jednu vlastnost propozic  $\text{Und} / (o \ o_{\tau\omega})_{\tau\omega}$ :

**$[\text{Und}^P_{wt} \text{ }^0\text{P}]$  *v*-konstruuje Pravdu, pokud  $^0\text{P}_{wt}$  *v*-nekonstruuje ani Pravdu ani Nepravdu, jinak  $[\text{Und}^P_{wt} \text{ }^0\text{P}]$  *v*-konstruuje Nepravdu.**

Věta (2) tedy označuje propozici, která neměla v únoru 2003 žádnou pravdivostní hodnotu, byla nedefinována:

$[\text{Und}^P_{wt} \lambda w \lambda t [^0\text{Bohaty}_{wt} [\lambda w^* \lambda t^* [^0\text{President}_{w^*t^*} \text{ }^0\text{CR}]]_{wt}]] \rightarrow (v) \text{ Pravda.}$

Uvedené vlastnosti propozic ještě jednou schématicky shrneme:

$[\text{True}^P_{wt} \text{ }^0\text{P}] \text{ } v \rightarrow \text{Pravda} \Leftrightarrow ^0\text{P}_{wt} \text{ } v \rightarrow \text{Pravda,} \quad \text{jinak Nepravda.}$

$[\text{False}^P_{wt} \text{ }^0\text{P}] \text{ } v \rightarrow \text{Pravda} \Leftrightarrow [\neg \text{ }^0\text{P}_{wt}] \text{ } v \rightarrow \text{Pravda,} \quad \text{jinak Nepravda.}$

$[{}^0\text{Und}_{wt}^P {}^0P] \nu \rightarrow \text{Pravda} \Leftrightarrow \neg[{}^0\text{True}_{wt}^P {}^0P] \wedge \neg[{}^0\text{False}_{wt}^P {}^0P] \nu \rightarrow \text{Pravda},$   
**jinak Nepravda.**

Aby věta (2) měla pravdivostní hodnotu, ať už Pravda nebo Nepravda, musí president ČR existovat. Říkáme, že věta má *existenční presupozici*. Můžeme formulovat

## 2. Princip de re: Princip existenční presupozice.

Je-li ve větě výraz  $V$  označující individuový úřad /  $\iota_{\tau_{\omega}}$  užit v supozici *de re*, pak k tomu, aby měla věta v daném stavu světa  $w, t$  pravdivostní hodnotu (ať už Pravda nebo Nepravda) je nutné, aby byla splněna existenční presupozice, tj  $V$  musí ve  $w, t$  existovat.

Nyní však musíme definovat přesně, co je to presupozice.

### Definice 11. Presupozice

Propozice  $Q$  je *presupozicí* propozice  $P$ , jestliže pravdivost  $Q$  (ve  $w, t$ ) je nutnou podmínkou toho, aby  $P$  měla (ve  $w, t$ ) nějakou pravdivostní hodnotu (tj. nebyla nedefinována). Formálně:

Presupozice / ( $\circ \circ_{\tau_{\omega}} \circ_{\tau_{\omega}}$ ) je nutný vztah mezi propozicemi definovaný takto:

$$[\text{Presupozice } {}^0Q {}^0P] = \forall w \forall t [ [ [{}^0\text{True}_{wt}^P {}^0P] \vee [{}^0\text{False}_{wt}^P {}^0P] ] \supset [{}^0\text{True}_{wt}^P {}^0Q] ]$$

Jinými slovy,  $Q$  vyplývá jak z  $P$ , tak z negace  $P$ :  ${}^0P \models {}^0Q$  a  $\lambda w \lambda t [ \neg [{}^0P_{wt} ] \models {}^0Q$ . Tedy nutně platí, že jestliže  $Q$  není pravdivá v daném  $w, t$  (ať už je nepravdivá nebo nedefinovaná), pak  $P$  je v daném  $w, t$  nedefinována:

$$[\text{Presupozice } {}^0Q {}^0P] = \forall w \forall t [ \neg [{}^0\text{True}_{wt}^P {}^0Q] \supset [{}^0\text{Und}_{wt}^P {}^0P] ]$$

Pozn.: Všimněte si, že obecně není  $\neg [{}^0\text{True}_{wt}^P {}^0P]$  ekvivalentní s  $[{}^0\text{False}_{wt}^P {}^0P]$ , tj. nemusí  $\nu$ -konstruovat stejnou pravdivostní hodnotu.

Nyní můžeme definovat různé kategorie vztahů mezi výrazy a explikovat přesně synonymii.

### Definice 12. Homonymie, synonymie, ekvivalence, ko-reference

Výraz  $E$  je *homonymní* (*víceznačný, ambivalentní*), jestliže vyjadřuje více různých pojmů, tj. analýzou je možno přiřadit výrazu  $E$  různé konstrukce.

Výrazy  $E_1, E_2$  jsou *synonymní*, jestliže vyjadřují přesně stejný pojem, tj. (uzavřenou) konstrukci  $C$ .

Výrazy  $E_1, E_2$  jsou *ekvivalentní*, jestliže vyjadřují *ekvivalentní pojmy*, tj. konstrukce  $C_1, C_2$  takové, že  $C_1, C_2$  konstruují stejný objekt  $D$ .

Empirické výrazy  $E_1, E_2$  jsou *aktuálně ko-referenční*, jestliže vyjadřují konstrukce  $C_1, C_2$  takové, že  $C_1, C_2$  konstruují intence  $I_1, I_2$ , které mají v aktuálním stavu světa stejnou hodnotu, tj.  $C_{1wt} = C_{2wt}$   $\nu$ -konstruuje pravdu.

**Pozn.**: Dá se ukázat<sup>2</sup>, že ke každému výrazu  $E$  je možno nalézt jednoznačně analýzu vyjadřující přesně význam výrazu  $E$ , ovšem tato jednoznačnost je relativní vzhledem ke konceptuálnímu systému. Podrobněji se budeme věnovat problematice konceptuálních systémů později.

Synonymní výrazy (a příslušné konstrukce, pojmy) je možno vzájemně substituovat *se zachováním pravdivosti (salva veritate)* ve všech kontextech, tedy nejen v kontextech *de dicto*

<sup>2</sup> Viz Duží, Materna 2002 (Parmenides Principle):  
[http://www.phil.muni.cz/fil/logika/til/materna\\_duzi\\_parmenides.pdf](http://www.phil.muni.cz/fil/logika/til/materna_duzi_parmenides.pdf)

a *de re*, ale i v tzv. *hyperintensionálních* kontextech, kdy jde o vztah k významu, tj. ke konstrukci.

Ekvivalentní výrazy (a příslušné konstrukce, pojmy) je možno vzájemně substituovat (*salva veritate*) v případě jejich užití *de dicto* a *de re*, ne však v tzv. *hyperintensionálních* kontextech, kdy jde o vztah k významu, tedy ke konstrukci.

Ko-referenční výrazy (a příslušné konstrukce, pojmy) je možno vzájemně substituovat (*salva veritate*) pouze v případě jejich užití *de re*, ne však v případě užití *de dicto* a v tzv. *hyperintensionálních* kontextech.

#### **Příklady:**

- Ko-referenční (avšak ne ekvivalentní) výrazy:

*Večernice, Jitřenka*

*President ČR, manžel Livie Klausové*

Označují různé úřady /  $\iota_{\tau_0}$

**Pozn.:** Ko-referenční jsou rovněž věty, které jsou (náhodou, aktuálně) pravdivé:

*Praha je hlavní město ČR.*

*Bratislava je hlavní město Slovensko.*

*Všichni vodníci jsou vrcholoví manažéři.*

Poslední věta je pravdivá díky tomu, že žádní vodníci neexistují. Ze všeobecných tvrzení nemůžeme usuzovat nic o existenci.

- Ekvivalentní (avšak ne synonymní) výrazy:

$E_1$  – *Karel má rád pouze fotbalové fanoušky*

$E_2$  – *Karel nemá rád nikoho, kdo není fotbalový fanoušek.*

$E_3$  – *Neexistuje nikdo kdo by nebyl fotbalový fanoušek a Karel by ho měl rád.*

$E_1$ ,  $E_2$  a  $E_3$  jsou ekvivalentní, označují stejnou propozici  $P / o_{\tau_0}$ , konstruovanou:

$E_1' - \lambda w \lambda t \forall x ([^0\text{MáRád}_{wt} \text{Karel } x] \supset [^0\text{FotbalFan}_{wt} x])$

$E_2' - \lambda w \lambda t \forall x (\neg [^0\text{FotbalFan}_{wt} x] \supset \neg [^0\text{MáRád}_{wt} \text{Karel } x])$

$E_3' - \lambda w \lambda t \neg \exists x ([^0\text{MáRád}_{wt} \text{Karel } x] \wedge \neg [^0\text{FotbalFan}_{wt} x])$

## **4. Přednáška existence, presupozice**

Musíme se však nyní zamyslet nad tím, co to znamená, že president ČR neexistoval? Jak budeme analyzovat větu, že

(3) President ČR neexistuje?

V predikátové logice 1. řádu bychom mohli zapsat formuli:

$$\neg \exists x (x = p(\text{cr})),$$

kde  $p$  je *funkční* symbol a  $\text{cr}$  je individuová konstanta. Tedy  $p(\text{cr})$  je term a označuje individuum. Platí tedy zákon existenční generalizace, to znamená, že  $\exists x (x = p(\text{cr}))$ . Odvodili jsme spor.

Problém je způsoben tím, že vlastnost *existence* nemůžeme prisuzovat individuí. Vlastnosti individuí jsou např. *být bohatý*, *být student*, *být president*, a pod. To, zda dané individuum určitou vlastnost má či nemá zjistíme prostě tak, že toto individuum podrobíme empirickému testu. Jak bychom však testovali vlastnost existence daného individua  $X$ ? Pokud individuum  $X$  máme k dispozici, pak vlastnost existence je triviálně (tj. nutně) zodpovězena kladně a vlastnost neexistence nutně záporně. Jak bychom mohli prohlásit, že individuum

*neexistuje?* Vždyť (dle Parmenida) nemůžeme mluvit o ničem, co neexistuje. O čem tedy mluvíme, když říkáme, že např. prezident ČR neexistoval? Říkáme prostě, že *úřad presidenta ČR nikdo nezastával*. Existence tedy nemůže být vlastnost individuí, ale vlastnost *úřadu*.

Obecně můžeme

**existenci E definovat jako vlastnost  $\alpha$ -intenzí, tedy  $E / (o \alpha_{\tau\omega})_{\tau\omega}$ ,**

a to vlastnost být instanciována, t.j. v daném stavu světa  $w, t$  vracet hodnotu typu  $\alpha$ .

Ovšem při analýze vět o existenci klasicky používáme existenční kvantifikátor  $\exists$ . Můžeme proto naši definici ještě zpřesnit:

Nechť  $p$  je proměnná, která konstruuje prvky typu  $\alpha_{\tau\omega}$ , a necht' proměnná  $x$  konstruuje prvky typu  $\alpha$ .

Pak  ${}^0E =_{df} \lambda w \lambda t \lambda p \exists x [p_{wt} = x] \quad (p \rightarrow \alpha_{\tau\omega}, x \rightarrow \alpha)$

Věta (3) je proto analyzována jako:

(3)  $\lambda w \lambda t \neg [{}^0E_{wt} [\lambda w^* \lambda t^* [{}^0President_{w^*t^*} {}^0CR]]]$

Všimněte si, že konstrukce úřadu  $[\lambda w^* \lambda t^* [{}^0President_{w^*t^*} {}^0CR]]$  je v (3) užitá *de dicto*. Proto skutečnost, že v daném stavu světa  $w, t$  není úřad obsazen, nemá vliv na pravdivostní hodnotu proposice konstruované (3). Použijeme-li však upřesněnou definici, dostaneme:

(3')  $\lambda w \lambda t \neg [ [\lambda w \lambda t \lambda p \exists x [p_{wt} = x]]_{wt} [\lambda w^* \lambda t^* [{}^0President_{w^*t^*} {}^0CR]] ]$  a po  $\beta$ -redukci

(3'')  $\lambda w \lambda t \neg \exists x [ [\lambda w^* \lambda t^* [{}^0President_{w^*t^*} {}^0CR]]_{wt} = x ]$  neboli v neskrácené notaci

(3''')  $\lambda w \lambda t \neg [{}^0\exists \lambda x [[\lambda w^* \lambda t^* [{}^0President_{w^*t^*} {}^0CR]]_{wt} = x ] ]$

Nyní (3') resp. (3'') je ekvivalentní s (3), neboť jsme při  $\beta$ -redukci substituovali konstrukci úřadu  $[\lambda w^* \lambda t^* [{}^0President_{w^*t^*} {}^0CR]]$  za  $p$ , a konstrukce – uzávěr nemůže být  $v$ -nevlastní. Avšak v (3''') je konstrukce úřadu použita *de re* a v případě, kdy prezident v daném stavu světa  $w, t$  neexistuje, je  $[\lambda w^* \lambda t^* [{}^0President_{w^*t^*} {}^0CR]]_{wt}$   $v$ -nevlastní.

**Setkáváme se s jediným případem, kdy pro užití *de re* pojmu úřadu neplatí princip existenční presupozice, a to tehdy, když věta existenci či neexistenci tvrdí.**

Připomeňme, jak je definován existenční kvantifikátor  $\exists / (o(o))$ : **Je to funkce, která aplikována na neprázdnou třídu individuí vrací hodnotu Pravda, jinak Nepravda.**

Jaká třída individuí je definována konstrukcí  $\lambda x [ [\lambda w^* \lambda t^* [{}^0President_{w^*t^*} {}^0CR]]_{wt} = x ]$  v takovém stavu světa, kdy prezident ČR neexistuje? Je to **degenerovaná třída**, t.j. taková, jejíž charakteristická funkce je na všech argumentech nedefinována, a to jistě není neprázdná třída. Tedy existenční kvantifikátor vrací hodnotu Nepravda a jeho negace hodnotu Pravda.

**Kvantifikátory jsou „totalizující“.** Propozice konstruovaná konstrukcí (3''') je v takovém stavu světa, kdy prezident ČR neexistuje, pravdivá.

Zamysleme se ještě jednou nad větou

(3) **President ČR neexistuje,**

kteřou jsme analyzovali jako

(3)  $\lambda w \lambda t \neg [{}^0E_{wt} [\lambda w^* \lambda t^* [{}^0President_{w^*t^*} {}^0CR]]]$

a po úpravách jsem dospěli k ekvivalentní konstrukci

(3''')  $\lambda w \lambda t \neg [{}^0\exists \lambda x [[\lambda w^* \lambda t^* [{}^0President_{w^*t^*} {}^0CR]]_{wt} = x ] ]$ .

Tato konstrukce jistě není *identická* s konstrukcí (3), tedy by měla být významem jiné věty, která nebude *synonymní* s původní větou (3), neboť synonymní jsou pouze takové věty, které mají přesně stejný význam, tj. přesně stejnou analýzu:

(3') Neexistuje nikdo takový, kdo by byl (zastával úřad) prezidentem ČR.

**Shrnutí:** Empirický výraz V označuje vždy *intensi* (mluví o intenzi). V případě, kdy se zdá, že výraz V mluví o hodnotě této intenze v daném stavu světa („referuje k *re* – věci“), pak se nejedná o sémantický posuv (změnu významu výrazu V), ale o užití (téhož významu) v supozici *de re*.

V případě užití V v supozici *de re* platí dva principy:

- a) Princip zaměnitelnosti koreferenčních výrazů
- b) Princip existenční presupozice

Existence není vlastnost individuí, ale je to (v případě empirických výrazů) vlastnost označených intenzí, a to vlastnost „vracet v daném stavu světa  $w, t$  hodnotu“.

Tvrdíme-li tedy, že prezident ČR, Pegas, Francouzský král, atd. neexistují, pak se nevyjadřujeme o neexistujících individuích (žádná taková nejsou a nemůžeme mluvit o ničem, co není), ale pouze říkáme, že označené intenze nejsou v daném stavu světa obsazeny.

### Úlohy:

- 1) Analyzujte větu *Karel přestal kouřit*.  
Musí být tato věta vždy pravdivá či nepravdivá? Jaká je presupozice této věty?
- 2) Situace: Karel nekouří. Je za této situace pravdivá věta, že *Karel buď přestal kouřit nebo nikdy nekouřil*?  
Analyzujte tuto větu.  
Jaká bude pravdivostní hodnota věty za situace, kdy Karel nikdy nekouřil?
- 3) Analyzujte věty  
*Podíl dvou přirozených čísel je číslo racionální.*  
*Neexistuje dvojice přirozených čísel, jejichž podíl by byl iracionální.*  
Jsou věty ad 3) synonymní nebo ekvivalentní?
- 4) Analyzujte větu  
*Prezident ČR je nejvyšším představitelem ČR.*  
Má tato věta existenční presupozici?  
Dvojí čtení:  
a) *de re* → existenční presupozice  
b) *de dicto* → rekvizita

## Existence v matematice

V matematice se však zdá, jako bychom mluvili o neexistujících entitách, např. číslech nebo geometrických obrazcích. Říkáme např., že kulaté čtverce neexistují nebo že největší prvočíslo neexistuje.

O čem tedy mluvíme? Matematické výrazy neoznačují intenze, modální parametr možných světů nemá v matematice využití, neboť **matematická tvrzení platí nutně, nezávisle na stavu světa**. Taková tvrzení o neexistenci obvykle vypovídají o tom, že nějaká třída je prázdná a můžeme je analyzovat pomocí existenčního kvantifikátoru. Například větu



### *Kulaté čtverce neexistují*

můžeme analyzovat jako vypovídající o prázdné množině geometrických obrazců (pro jednoduchost zanedbáme typ obrazce). Tedy kulatý čtverec je prázdný pojem.

$$\neg[\exists \lambda x [{}^0\text{Kulate } x] \wedge [{}^0\text{Ctverec } x]].$$

Podobně bychom mohli analyzovat i druhou větu

### *Největší prvočíslo neexistuje*

$$\neg[\exists \lambda x [{}^0\text{prvocislo } x] \wedge \forall y [[{}^0\text{prvocislo } y] \supset [x \geq y]]] \rightarrow \text{Pravda} / \text{o}$$

Ovšem zde se dopouštíme drobné nepřesnosti. Naše analýza zachycuje tvrzení, že *třída* největších prvočísel není neprázdná. Přitom výraz *největší prvočíslo*, pokud by něco označoval, musel by označovat jediné číslo a ne třídu čísel. Správnější by proto bylo použít pro analýzu výrazu *největší prvočíslo* tzv. *singularizátor*  $I^\tau / (\tau (\sigma\tau))$ , funkci, která vrací jediný prvek jednoprvkové množiny (singletonu) a na ostatních množinách je nedefinována, viz Definicí 4:

$$[I^\tau \lambda x [{}^0\text{prvocislo } x] \wedge \forall y [[{}^0\text{prvocislo } y] \supset [x \geq y]]] \rightarrow ? (\tau), \text{ nebo zkráceně} \\ \iota x [{}^0\text{prvocislo } x] \wedge \forall y [[{}^0\text{prvocislo } y] \supset [x \geq y]]$$

(čti: to jediné  $x$  takové, že  $x$  je prvočíslo větší nebo rovno všem ostatním prvočíslym)

Ovšem tato konstrukce nic nekonstruuje, je nevlastní. To však neznamená, že výraz *největší prvočíslo* nemá význam, jeho významem je právě tato konstrukce, tj. *pojem největšího prvočísla*. Tento pojem je však prázdný, nic neidentifikuje. Neexistence je tedy v tomto případě **vlastnost konstrukce**, a to nic nekonstruovat, být nevlastní. Označíme-li Improper / ( $\text{o}^*_1$ ) třídu nevlastních konstrukcí řádu 1, můžeme naši větu analyzovat jako:

$$[{}^0\text{Improper } \iota x [{}^0\text{prvocislo } x] \wedge \forall y [[{}^0\text{prvocislo } y] \supset [x \geq y]]] \rightarrow \text{Pravda} / \text{o}$$

Můžeme také říci, že pojem největšího prvočísla je (striktně) prázdný, nic neidentifikuje.

### **Definice 13. Prázdné pojmy**

Analytický pojem je *striktně prázdný*, jestliže je (jakožto konstrukce) nevlastní, tj. neidentifikuje nic.

Analytický pojem je *prázdný*, jestliže identifikuje prázdnou množinu.

Empirický pojem je *aktuálně striktně prázdný*, jestliže identifikovaná intence INT nemá v aktuálním stavu světa hodnotu (tj. „neexistuje INT“).

Empirický pojem je *aktuálně prázdný*, jestliže hodnotou identifikované intence INT v aktuálním stavu světa je prázdná třída (tj. „neexistuje INT“).

### **Rekvizity, typické vlastnosti**

Uvažujme nyní věty jako

- (4) *President USA je občan USA starší 30 let.*
- (5) *Velryba je savec.*
- (6) *Všichni ptáci létají.*

Může být např. věta (5) nepravdivá? Vypovídá věta (5) o nějaké konkrétní velrybě? Druhou otázku si položil a zodpověděl již Gottlob Frege: Věta nevypovídá nic o žádné konkrétní velrybě, ale o vlastnostech být velrybou a být savcem. Říká, že mezi těmito *vlastnostmi* je nutný vztah „subsidiarity“. Kdykoliv je něco velrybou, pak je to také savcem. Lidově někdy říkáme, že „z pojmu velryby vyplývá, že to musí být savec“. Říkáme, že vlastnost být savcem

je *rekvizitou vlastnosti* být velrybou. Tedy věta (5) je *nutně pravdivá*. Můžete však namítnout, že v době, kdy lidé považovali velrybu za velkou mořskou rybu, naše věta nebyla pravdivá. Zde se setkáváme s problémem vývoje jazyka. Výraz „velryba“ měl prostě tehdy jiný význam než dnes, byl mu přiřazen jiný pojem. Jelikož se však nezabýváme lingvistickou, ale *logickou analýzou*, jazyk samotný není předmětem našeho zkoumání, pouze sémantika jistého standardního jazyka, v dnešním stádiu jeho vývoje, kterému všichni rozumíme (více či méně) stejně.

Věta (4) již však není tak jednoznačná. Můžeme ji totiž číst dvěma způsoby, a to *de dicto* a *de re*. V prvním případě je situace stejná jako v případě věty (5). Prostě tvrdíme, že být občanem USA starším 30 let je nutnou podmínkou toho, aby byl někdo prezidentem USA, tedy že uvedená vlastnost je rekvizitou úřadu presidenta. Tento vztah je *nutným vztahem mezi intensemí*, nezávisle na tom, zda někdo daný úřad zastává či ne. V případě *de re* čtení pak věta (4) tvrdí, že ten, kdo (aktuálně, nyní) zastává úřad presidenta USA je (náhodou) občan USA starší 30 let. V tomto případě pak platí oba principy *de re*.

Jak je tomu v případě věty (6)? Zdálo by se, že se jedná o podobný případ jako věta (5). Ovšem snadno najdeme protipříklady pravdivosti věty (6), vždyť např. pštrosi nebo tučňáci nelétají. Tedy věta není pravdivá. Přesto je zde určitá podobnost: Téměř všichni ptáci (až na výjimky) létají, věta je „skoro vždy“ pravdivá. Říkáme, že vlastnost létat je *typickou vlastností* ptáků.

Uvedené úvahy nyní upřesníme:

#### **Definice 14.** *Rekvizity, typické vlastnosti*

Nechť  $P, Q, G$  jsou konstrukce  $\alpha$ -vlastností a  $U$  konstrukce  $\alpha$ -úřadu,  $x \rightarrow \alpha$ ,  $E / (o \alpha_{\tau\omega})_{\tau\omega}$  vlastnost existence. Definujeme:

$$[\text{Req}^{\text{pr}} P Q] = \forall w t \forall x [[Q_{wt} x] \supset [P_{wt} x]] \quad (P \text{ je rekvizitou } Q)$$

$$[\text{Req}^{\text{of}} P U] = \forall w t [[{}^0E_{wt} U] \supset \forall x [[U_{wt} = x] \supset [P_{wt} x]]] \quad (P \text{ je rekvizitou } U)$$

$$[\text{TP}^{\text{pr}} P Q G] = \forall w t \forall x [\neg[G_{wt} x] \supset [[Q_{wt} x] \supset [P_{wt} x]]] \quad (P \text{ je typické pro } Q, \text{ pokud ne } G)$$

$$[\text{TP}^{\text{of}} P U G] = \forall w t [[{}^0E_{wt} U] \supset \forall x [\neg[G_{wt} x] \supset [[U_{wt} = x] \supset [P_{wt} x]]]] \quad (P \text{ je typické pro } U, \text{ pokud ne } G)$$

**Pozn.:** V umělé inteligenci se podmínka  $G$  nazývá *stráž pravidla* (*guarded rules*). Tyto vztahy jsou v umělé inteligenci nazývány „**ISA vztahy**“ (z anglického *is a*). V teorii konceptuálního modelování obvykle uvažujeme pouze nutné ISA vztahy, tedy vztah rekvizity.

Podmínka existence je v případě úřadu nutná, protože vztahy Req a TP platí nezávisle na tom, zda je daný úřad obsazen či ne. Pokud však  $U$  neexistuje (úřad není obsazen v nějakém  $w, t$ ), je kompozice  $U_{wt}$   $v$ -nevlastní, a tedy celá kompozice  $[[U_{wt} = x] \supset [P_{wt} x]]$  je  $v$ -nevlastní.

@esence, lingvistická / ontologická definice

#### **Pojmové postoje (přání, hledání, nalézání, ...)**

V této kapitole se budeme zabývat analýzou vět, které bývají tradičně charakterizovány jako věty vyjadřující *pojmové postoje*. Příkladem těchto vět jsou:

- (7) *Karel se chce stát prezidentem USA.*
- (8) *Karel chce mluvit se starostou Dunedinu.*
- (9) *Karel se chce oženit s blondýnkou.*

- (10) *Karel hledá vraha svého otce.*  
(11) *Karel našel vraha svého otce.*  
apod.

Takovéto věty jsou z lingvistického hlediska charakterizovány jako věty vyjadřující „nesymetrický vztah subjektu (agenta) k nějakému objektu (předmětu vztahu), který je vyjádřen nevětným členem, tj. pojmem“. Pod tuto charakteristiku mohou tedy spadat také věty matematické, jako např.

- (12) *Karel počítá  $2 + 5$ ,*  
(13) *Karel řeší rovnici  $2x + 3 = 5$ ,*

ne však věty vyjadřující vztah subjektu k nějakému tvrzení, vyjádřenému vedlejší větou, jako např.

- Karel věří, že  $2 + 3 = 6$ ,*  
*Karel ví, že aritmetika není rekurzivně axiomatizovatelná,*  
*Karel pochybuje, že americký prezident je moudrý,*  
apod.,

kteří bývají tradičně nazývány *domněnkové věty*, neboli věty vyjadřující *propoziční postoje*, a kterými se budeme zabývat v následující kapitole.

I když tato lingvistická terminologie není možná z logického hlediska zcela přesná, dává nám jistou představu o tom, jaký problém budeme řešit. Především vidíme, že oním „předmětem vztahu“ zřejmě nebude objekt, ke kterému „nevětný člen“ *referuje*. Tedy nepůjde (většinou) o vztah *de re*: Vždyť jestliže se např. Karel chce stát prezidentem USA, pak se jistě nechce stát Georgem W. Bushem. Ovšem v případě matematickém nejde zjevně ani o vztah k označenému objektu: Jestliže Karel počítá  $2 + 5$ , pak jistě nepočítá 7. Navíc, v některých případech, které – jak uvidíme – spadají rovněž do kategorie „*pojmových postojů*“, nebude onen předmět vztahu označen *nevětným členem*:

*Karel chce, aby si Petr promluvil se starostou Dunedinu.*

Určitým problémem je také skutečnost, že věty vyjadřující *pojmové postoje* jsou vesměs *ambivalentní, nejednoznačné*. V takovém případě může správná analýza pouze pomoci při upřesnění toho, jak bylo tvrzení míněno tím, že nabídne možná čtení dané věty. Jak máme například chápat poslední větu? Má si Petr promluvit s určitou osobou, kterou má Karel na mysli, nebo s kýmkoli, kdo zastává úřad starosty? Volbu nám však vždy usnadní a správnost analýzy ověří *substituční test* a *test na existenční presupozici*, neboť již víme, že:

#### ***V případě postoje de dicto***

- ***nelze substituovat ko-referenční výraz a***
- ***označený objekt nemusí existovat.***

Terminologicky, jelikož se jedná o „*pojmové postoje*“, měly by vyjadřovat vztah subjektu k *pojmu*, tedy k uzavřené konstrukci, která je významem výrazu vyjadřujícího objekt vztahu. Uvidíme, že tomu tak v empirickém případě, tedy v případě, kdy onen výraz vyjadřující předmět vztahu je empirický, není.

#### **a) *Postoje k matematickým objektům***

Začneme případem matematickým. V kategorii matematických výrazů nemá zřejmě smysl rozlišovat výskyty *de dicto / de re*, neboť matematické výrazy označují *extense*. Pouze

v případě, že označeným objektem je funkce, mluvíme o *zmiňování* či *užívání* dané funkce. Uvažujme větu (12): Jestliže Karel počítá  $2 + 5$ , pak jistě nepočítá 7. Mohli bychom říct, že počítání je vztah k uvedené *formuli, termu* či *vzorci*? Obecně ne, vždyť Karel může počítat dva plus pět ve věku tří let, kdy vůbec nerozumí zápisu „ $2 + 5$ “ a prostě si jen hraje s kuličkami na počítadle. Karel má vztah k *významu výrazu*  $2 + 5$ , tedy ke *konstrukci*  $[^0+ ^02 ^05]$ . Chce prostě zjistit, co tato konstrukce konstruuje. Tedy analýza věty (12) je:

$$(12') \quad \lambda_w \lambda_t [^0\text{Poc}_{wt} \text{Karel } ^0[^0+ ^02 ^05]] \quad \text{Poc} / (\text{o } \iota * _1)_{\tau_{\text{to}}}$$

Všeobecně můžeme říci, že matematika se zabývá primárně *konstrukcemi*, ne pouze jejich denotáty. Vždyť všechny pravdivé matematické věty identifikují (různým způsobem) pravdivostní hodnotu Pravda, a to, co je na nich zajímavé jsou právě různé (*ekvivalentní*, ale ne *synonymní*) způsoby identifikace, tedy konstrukce pravdivostní hodnoty<sup>3</sup>.

Podobně budeme analyzovat větu (13). Řešit rovnici  $2x + 3 = 5$  znamená najít všechna  $x$ , pro která platí uvedená rovnice. Tedy zjistit, jakou množinu identifikuje konstrukce  $\lambda_x [^0= [^0+ [^0\times ^02 x] ^03] ^05]$ . Proto analýza věty (13) je:

$$(13') \quad \lambda_w \lambda_t [^0\text{Resi}_{wt} \text{Karel } ^0[\lambda_x [^0= [^0+ [^0\times ^02 x] ^03] ^05]] ] \quad \text{Resi} / (\text{o } \iota * _1)_{\tau_{\text{to}}}$$

### **Shrnutí:**

Obecně tedy můžeme říci, že *významem matematických* tvrzení nebo obecně matematických výrazů jsou *konstrukce extensí*. Postoje k objektům vyjádřeným matematickými výrazy jsou *postoje ke konstrukcím extensí*, tedy objekty typu  $(\text{o } \iota * _n)_{\tau_{\text{to}}}$ .

Rozebereme nyní empirický případ, tedy věty (7) – (11). Substituční a existenční test okamžitě odhalí, že věta

(7) *Karel se chce stát prezidentem USA.*

má pouze *de dicto* čtení: Karel má jistý vztah k úřadu presidenta USA /  $\iota_{\tau_{\text{to}}}$ . Nemělo by však (vzhledem k termínu „pojmový postoj“) jít o postoj k *pojmu*, tedy analogicky jako v matematických případech o postoj ke konstrukci tohoto úřadu? Zde by však byl konstrukční přístup příliš jemný, a tedy příliš restriktivní, o čemž se opět přesvědčíme substitučním testem: V případě výrazů označujících úřad není snadné najít ekvivalentní vyjádření. Ovšem výraz nejvyšší představitel USA, pokud není ekvivalentní, pak označuje jistě alespoň rekvizitu úřadu presidenta USA. A platí, že pokud se Karel chce stát prezidentem, pak se chce stát také nejvyšším představitelem USA. Tedy *hyperintensionální* řešení (postoj ke konstrukci intense) by bylo příliš jemné a restriktivní, postačí řešení *intensionální*, tj. postoj k intenzi samotné. Jde o vztah  $(\text{o } \iota \iota_{\tau_{\text{to}}})_{\tau_{\text{to}}}$ .

$$(7') \quad \lambda_w \lambda_t [^0\text{ChceStat}_{wt} \text{Karel } [\lambda_w \lambda_t [^0\text{President}_{wt} \text{USA}]] ] \quad \text{ChceStat} / (\text{o } \iota \iota_{\tau_{\text{to}}})_{\tau_{\text{to}}}$$

Zbývající příklady, tedy věty (8) - (11) však již nejsou tak jednoznačné. Jistě, můžeme v těchto empirických případech zřejmě vyloučit postoj ke *konstrukci intense*, avšak všechny tyto věty mají dvojí čtení, a to *de dicto* a *de re*. Tak např. ve větě

(8) *Karel chce mluvit se starostou Dunedinu.*

bude výraz *starosta města Dunedinu* (a především jeho význam) použit *de dicto* nebo *de re* v různých situacích. První případ nastane např. v situaci, kdy Karel přijel do města Dunedinu, vůbec netuší, kdo je tam starostou, ale protože není spokojen se stavem věcí veřejných v daném městě, chce mluvit s kýmkoli kompetentním, kdo zastává úřad starosty. Dotyčná osoba

<sup>3</sup> Viz Tichý (1995)

jej nezajímá jinak, než prostřednictvím toho úřadu. I kdyby ji třeba potkal, nebude si jí všímat, dokud se nedozví, že je to starosta. Má tedy vztah k *úřadu*, ne k osobě. Přitom ovšem nebude *mluvit* k úřadu, ale k osobě. Tento problém budeme muset v analýze vyřešit. Označme tento vztah  $\text{ChceMluvit}^D / (o \text{ } \iota_{\tau\omega})_{\tau\omega}$ :

$$(8d) \quad \lambda w \lambda t \left[ {}^0\text{ChceMluvit}^D_{wt} \text{ } {}^0\text{Karel} \left[ \lambda w \lambda t \text{ } {}^0\text{Starosta}_{wt} \text{ } {}^0\text{Dunedin} \right] \right]$$

V případě *de re* čtení pak Karel ví, kdo je starosta a chce mluvit přesně s touto osobou, která náhodou zastává úřad starosty. Označme tento vztah  $\text{ChceMluvit}^R / (o \text{ } \iota)_{\tau\omega}$ :

$$(8f) \quad \lambda w \lambda t \left[ {}^0\text{ChceMluvit}^R_{wt} \text{ } {}^0\text{Karel} \left[ \lambda w \lambda t \text{ } {}^0\text{Starosta}_{wt} \text{ } {}^0\text{Dunedin} \right]_{wt} \right]$$

Uvedené analýzy jsou sice správné, nejsou však ještě dostatečně jemné. Vždyť výrazy “chce” a “mluvit” mají v uvedených větách samostatný význam a podle principu kompozicionality by jim měla příslušet samostatná analýza, a teprve kompozicí těchto pojmů musíme obdržet složenou konstrukci uvedených vztahů  $\text{ChceMluvit}^D$  a  $\text{ChceMluvit}^R$ . Výraz “mluvit” označuje (podobně jako třeba “kopnout”, “políbit”, atd.) vztah individua k individuu. Tedy  $\text{Mluvit} / (o \iota)_{\tau\omega}$ . Pro výraz “chce” existují dvě možnosti: Můžeme jej chápat tak, že Karel chce, aby nějaká propozice byla pravdivá, nebo aby (Karel) nabyl jisté vlastnosti. V prvním případě bude  $\text{Chce}^P / (o \text{ } \iota \text{ } o_{\tau\omega})_{\tau\omega}$ , ve druhém  $\text{Chce}^V / (o \text{ } \iota \text{ } (o \iota)_{\tau\omega})_{\tau\omega}$ . Dostáváme  $\{x, y \rightarrow \iota, u \rightarrow \iota_{\tau\omega}$ :

$${}^0\text{ChceMluvit} = \lambda w \lambda t \left[ \lambda x u \left[ {}^0\text{Chce}^P_{wt} x \lambda w \lambda t \left[ {}^0\text{Mluvit}_{wt} x u_{wt} \right] \right] \right], \text{ resp.}$$

$${}^0\text{ChceMluvit} = \lambda w \lambda t \left[ \lambda x u \left[ {}^0\text{Chce}^V_{wt} x \lambda w \lambda t \lambda y \left[ {}^0\text{Mluvit}_{wt} y u_{wt} \right] \right] \right]$$

$$(8dP) \quad \lambda w \lambda t \left[ {}^0\text{Chce}^P_{wt} \text{ } {}^0\text{Karel} \lambda w \lambda t \left[ {}^0\text{Mluvit}_{wt} \text{ } {}^0\text{Karel} \lambda w \lambda t \left[ {}^0\text{Starosta}_{wt} \text{ } {}^0\text{Dunedin} \right]_{wt} \right] \right]$$

$$(8dV) \quad \lambda w \lambda t \left[ {}^0\text{Chce}^V_{wt} \text{ } {}^0\text{Karel} \lambda w \lambda t \lambda y \left[ {}^0\text{Mluvit}_{wt} y \lambda w \lambda t \left[ {}^0\text{Starosta}_{wt} \text{ } {}^0\text{Dunedin} \right]_{wt} \right] \right]$$

Konstrukce (8dP) vyjadřuje větu “Karel chce, aby Karel mluvil se starostou Dunedinu”, kdežto (8dV) vyjadřuje větu “Karel chce, aby (on) mluvil se starostou Dunedinu”. Tedy např. věta *Karel chce, aby si Petr promluvil se starostou* bude analyzována jako:

$$\lambda w \lambda t \left[ {}^0\text{Chce}^P_{wt} \text{ } {}^0\text{Karel} \lambda w \lambda t \left[ {}^0\text{Mluvit}_{wt} \text{ } {}^0\text{Petr} \lambda w \lambda t \left[ {}^0\text{Starosta}_{wt} \text{ } {}^0\text{Dunedin} \right]_{wt} \right] \right].$$

Nadále budeme pro jednoduchost používat variantu  $\text{Chce}^P$ . Všimněme si ještě, že naše analýza je korektní: Konstrukce úřadu starosty  $[\lambda w \lambda t \text{ } {}^0\text{Starosta}_{wt} \text{ } {}^0\text{Dunedin}]$  je ve všech těchto případech užita *de dicto*, neboť je sice podrobena intensionálnímu sestupu, avšak vzhledem k perspektivě Karla, ne mluvčího:

$$\lambda w \lambda t \left[ {}^0\text{Chce}^P_{wt} \text{ } {}^0\text{Karel} \lambda w \lambda t \left[ {}^0\text{Mluvit}_{w't'} \text{ } {}^0\text{Petr} \lambda w \lambda t \left[ {}^0\text{Starosta}_{w't'} \text{ } {}^0\text{Dunedin} \right]_{w't'} \right] \right].$$

Varianta *de re* bude nyní (možná překvapivě) o něco složitější. Problém je způsoben tím, že konstrukce úřadu starosty  $[\lambda w \lambda t \text{ } {}^0\text{Starosta}_{wt} \text{ } {}^0\text{Dunedin}]$  je podkonstrukcí konstrukce propozice (či vlastnosti), ke které má Karel vztah, proto se nachází v perspektivě Karla a ne mluvčího, a tedy její výskyt je, jak jsme již konstatovali, *de dicto*. V tomto případě pomůže reformulace věty do pasíva:

(8pas) *Starosta Dunedinu je ten, s kým chce Karel mluvit.*

Tedy starosta (ta osoba) má tu vlastnost, že s ním chce Karel mluvit. Uvedenou vlastnost zkonstruujeme opět kompozicí pojmů  ${}^0\text{Chce}^P$  a  ${}^0\text{Mluvit}$  ( $x \rightarrow \iota$ ):

$$\lambda w \lambda t \lambda x \left[ {}^0\text{Chce}^P_{wt} \text{ } {}^0\text{Karel} \lambda w \lambda t \left[ {}^0\text{Mluvit}_{wt} \text{ } {}^0\text{Karel} x \right] \right].$$

Aplikujeme-li nyní tuto vlastnost v daném  $w, t$  na to individuum, které zastává (v daném  $w, t$ ) úřad starosty, dostaneme potřebné řešení:

(8r')  $\lambda w \lambda t [ [\lambda w \lambda t \lambda x [^0\text{Chce}^P_{wt} \ ^0\text{Karel} \ \lambda w \lambda t [^0\text{Mluvit}_{wt} \ ^0\text{Karel} \ x]]]_{wt}$   
 $[ \lambda w \lambda t \lambda x [^0\text{Starosta}_{w't'} \ ^0\text{Dunedin}]_{wt} ]$ , nebo zkráceně (po  $\beta_1$ -redukci):  
 $\lambda w \lambda t [ \lambda x [^0\text{Chce}^P_{wt} \ ^0\text{Karel} \ \lambda w \lambda t [^0\text{Mluvit}_{wt} \ ^0\text{Karel} \ x]] [ \lambda w \lambda t \lambda x [^0\text{Starosta}_{w't'} \ ^0\text{Dunedin}]_{wt} ]$

Nyní se setkáváme ještě s jedním závažným problémem. Mohla by nás napadnout otázka:

***Co se stane, když nyní provedeme  $\beta$ -redukci?***

Pro názornost si ještě jednou obě varianty zopakujeme (vynecháme prozatím přejmenování proměnných):

(8dP)  $\lambda w \lambda t [^0\text{Chce}^P_{wt} \ ^0\text{Karel} \ \lambda w \lambda t [^0\text{Mluvit}_{wt} \ ^0\text{Karel} \ \lambda w \lambda t [^0\text{Starosta}_{wt} \ ^0\text{Dunedin}]_{wt} ]]$

(8rP)  $\lambda w \lambda t [ \lambda x [^0\text{Chce}^P_{wt} \ ^0\text{Karel} \ \lambda w \lambda t [^0\text{Mluvit}_{wt} \ ^0\text{Karel} \ x]] [ \lambda w \lambda t [^0\text{Starosta}_{wt} \ ^0\text{Dunedin}]_{wt} ]$

Víme, že varianta (8dP) nemá existenční presupozici, město Dunedin nemusí mít právě nyní žádného starostu, a přesto může Karel chtít mluvit se starostou. Jinými slovy, proposice P, konstruovaná konstrukcí (8dP), může být pravdivá či nepravdivá i v situaci, kdy žádné individuum nevykonává úřad starosty Dunedinu. Naproti tomu konstrukce (8rP) vyjadřuje jiné čtení naší věty, kdy starosta Dunedinu musí existovat, aby věta měla vůbec nějakou pravdivostní hodnotu, tedy proposice Q, konstruovaná konstrukcí (8rP), nemá žádnou pravdivostní hodnotu v případě neexistence starosty. Takový stav věcí  $w, t$ , kdy starosta Dunedinu neexistuje, je vyjádřen konstrukcí:

$\lambda w \lambda t \neg [^0\text{E}_{wt} \ \lambda w \lambda [^0\text{Starosta}_{wt} \ ^0\text{Dunedin}]]$ , což je ekvivalentní konstrukci

$\lambda w \lambda t \neg [^0\exists \lambda x [x = \lambda w * \lambda t * [^0\text{Starosta}_{w*t} \ ^0\text{Dunedin}]_{wt} ]]$ .

Jelikož  $\lambda w * \lambda t * [^0\text{Starosta}_{w*t} \ ^0\text{Dunedin}]_{wt}$  má  $v$ -konstruovat prvek  $t$ , tedy individuum, znamená to, že žádné takové individuum aktuálně není, tedy konstrukce

$\lambda w * \lambda t * [^0\text{Starosta}_{w*t} \ ^0\text{Dunedin}]_{wt}$

je  $v$ -nevlastní, selže. Tedy selže celá kompozice

$[ \lambda x [^0\text{Chce}^P_{wt} \ ^0\text{Karel} \ \lambda w \lambda t [^0\text{Mluvit}_{wt} \ ^0\text{Karel} \ x]] [ \lambda w \lambda t [^0\text{Starosta}_{wt} \ ^0\text{Dunedin}]_{wt} ]$  a proto nebude mít proposice Q žádnou pravdivostní hodnotu. Naše analýza je korektní. Ovšem, provedeme-li další  $\beta$ -redukci na (8rP), dostaneme:

(8r $\beta$ )  $\lambda w \lambda t [^0\text{Chce}^P_{wt} \ ^0\text{Karel} \ \lambda w \lambda t [^0\text{Mluvit}_{wt} \ ^0\text{Karel} \ \lambda w \lambda t [^0\text{Starosta}_{wt} \ ^0\text{Dunedin}]_{wt} ]]$ , což je konstrukce identická s (8dP), tedy s *de dicto* variantou! Jak je to možné? Což může přece jen být *de dicto* analýza ekvivalentní s *de re* analýzou? Vždyť mají identifikovat *různé pravdivostní podmínky*, tedy různé proposice P a Q. Zřejmě jsme nepostupovali korektně.

Porušili jsme ***dvě pravidla korektního provedení  $\beta$ -redukce***:

- Za první, pravidlo  $\beta$ -redukce musí být použito tak, aby při substituci konstrukcí za proměnné nedošlo ke kolisi proměnných (viz definici 8)
- Za druhé, substituovaná konstrukce nesmí být  $v$ -nevlastní.

První chybu napravíme snadno tak, že přejmenujeme proměnné  $w, t$ , které se nacházejí v perspektivě Karla, neboť Karel může vyhodnocovat pravdivostní podmínky v *jiném stavu světa* než mluvčí, jde proto o jiné proměnné:

(8rP)

$\lambda w \lambda t [ \lambda x [^0\text{Chce}^P_{wt} \ ^0\text{Karel} \ \lambda w * \lambda t * [^0\text{Mluvit}_{w*t} \ ^0\text{Karel} \ x]] [ \lambda w \lambda t [^0\text{Starosta}_{w't'} \ ^0\text{Dunedin}]_{wt} ]$

Provedeme-li nyní  $\beta$ -redukci, dostaneme:

(8rβ)  $\lambda_w \lambda_t [{}^0\text{Chce}^P_{wt} {}^0\text{Karel} \lambda_w * \lambda_t * [{}^0\text{Mluvit}_{w^*t^*} {}^0\text{Karel} \lambda_w' \lambda_t' [{}^0\text{Starosta}_{w't'} {}^0\text{Dunedin}]_{wt}]]$

Porovnáme-li tento výsledek s analýzou *de dicto* čtení po přejmenování proměnných, tj.

(8d)  $\lambda_w \lambda_t [{}^0\text{Chce}^P_{wt} {}^0\text{Karel} \lambda_w * \lambda_t * [{}^0\text{Mluvit}_{w^*t^*} {}^0\text{Karel} \lambda_w' \lambda_t' [{}^0\text{Starosta}_{w't'} {}^0\text{Dunedin}]_{w^*t^*}]]$ ,

vidíme, jak je důležité používat „správná jména“ proměnných. Zdánlivá maličkost – „na konci konstrukce“ je proveden v prvním případě (8rβ) intensionální sestup *k perspektivě mluvčího* ( $w, t$ ), kdežto ve druhém případě (8d) k perspektivě Karla ( $w^*, t^*$ ) – nám umožní zachytit rozdíl mezi *de dicto* a *de re* čtením! Tedy v konstrukci (8rβ) je již pojem starosty Dunedinu použit *de re*. Znamená to, že je tato analýza v pořádku? Bohužel není, konstruuje totiž jinou propozici než propozici Q (8r), která nemá žádnou pravdivostní hodnotu v případě neexistence starosty. Došlo totiž k tomu, že jsme „vstáhli nedenotující term“, tj.  $v$ -nevlastní konstrukci  $\lambda_w' \lambda_t' [{}^0\text{Starosta}_{w't'} {}^0\text{Dunedin}]_{wt}$  do *de dicto* kontextu P:

$$\lambda_w * \lambda_t * [{}^0\text{Mluvit}_{w^*t^*} {}^0\text{Karel} \lambda_w' \lambda_t' [{}^0\text{Starosta}_{w't'} {}^0\text{Dunedin}]_{wt}].$$

Pokud tedy v daném stavu světa  $w, t$  starosta neexistuje, pak je sice  $\lambda_w' \lambda_t' [{}^0\text{Starosta}_{w't'} {}^0\text{Dunedin}]_{wt}$   $v$ -nevlastní, avšak celá konstrukce P  $v$ -konstruuje „degenerovanou“ propozici, ke které může mít Karel vztah  $\text{Chce}^P$ , tj. může chtít, aby byla pravdivá. Tedy analýza (8rβ) není správná, neboť je narušen princip existenční presupozice v případě *de re*.

Korektní analýza *de re* čtení věty (8) je tedy:

(8r)  $\lambda_w \lambda_t [{}^0\text{ChceMluvit}^R_{wt} {}^0\text{Karel} [\lambda_w \lambda_t {}^0\text{Starosta}_{wt} {}^0\text{Dunedin}]_{wt}]$ ,  
což lze zjemnit dvěma způsoby:

(8rP)

$$\lambda_w \lambda_t [\lambda x [{}^0\text{Chce}^P_{wt} {}^0\text{Karel} [\lambda_w * \lambda_t * [{}^0\text{Mluvit}_{w^*t^*} {}^0\text{Karel} x]]] [\lambda_w' \lambda_t' [{}^0\text{Starosta}_{w't'} {}^0\text{Dunedin}]_{wt}]$$

(8rV)

$$\lambda_w \lambda_t [\lambda x [{}^0\text{Chce}^P_{wt} {}^0\text{Karel} [\lambda_w * \lambda_t * \lambda y [{}^0\text{Mluvit}_{w^*t^*} y x]]] [\lambda_w' \lambda_t' [{}^0\text{Starosta}_{w't'} {}^0\text{Dunedin}]_{wt}].$$

Formulujeme proto ještě tvrzení, které doplňuje **Definici 8 (pravidla  $\beta$ -redukce)**:

**Tvrzení:** *Pravidlo  $\beta$ -redukce*  $[\lambda x_1 \dots x_n C] C_1 \dots C_n \vdash C(x_1/C_1 \dots x_n/C_n)$  není korektní v případě, že konstrukce C má tvar  $\lambda y C'$  a některá z konstrukcí  $C_1, \dots, C_n$  je  $v$ -nevlastní, neboť pak obě konstrukce nejsou ekvivalentní.

**Důkaz:** Je-li je některá z konstrukcí  $C_1, \dots, C_n$  je  $v$ -nevlastní, pak je konstrukce  $[\lambda x_1 \dots x_n C] C_1 \dots C_n$  na levé straně pravidla  $v$ -nevlastní, kdežto konstrukce  $C(x_1/C_1 \dots x_n/C_n)$  na pravé straně pravidla  $v$ -konstruuje „degenerovanou“ funkci  $\lambda y C'$  ( $x_1/C_1 \dots x_n/C_n$ ).

*Příklad:*

Konstrukce  $[\lambda x \lambda y [{}^0 > y x] {}^0 0]$  je ekvivalentní s  $[\lambda y [{}^0 > y {}^0 0]]$ . Obě konstruuji třídu kladných čísel. Avšak konstrukce  $[\lambda x \lambda y [{}^0 > y x] [{}^0 : {}^0 5 {}^0 0]]$  je nevlastní pro každou valuaci  $v$ , zatímco  $[\lambda y [{}^0 > y [{}^0 : {}^0 5 {}^0 0]]]$  konstruuje degenerovanou třídu. Tedy platí:

$$\begin{aligned} [\lambda x \lambda y [{}^0 > y x] {}^0 0] &= [\lambda y [{}^0 > y {}^0 0]], \\ [\lambda x \lambda y [{}^0 > y x] [{}^0 : {}^0 5 {}^0 0]] &\neq [\lambda y [{}^0 > y [{}^0 : {}^0 5 {}^0 0]]]. \end{aligned}$$

Konstrukce  $[\lambda x \lambda y [{}^0 + y x] {}^0 1]$  je ekvivalentní s  $[\lambda y [{}^0 + y {}^0 1]]$ . Obě konstruuji funkci následníka. Avšak konstrukce  $[\lambda x \lambda y [{}^0 + y x] [{}^0 : {}^0 5 {}^0 0]]$  je nevlastní, zatímco  $[\lambda y [{}^0 + y [{}^0 : {}^0 5 {}^0 0]]]$  konstruuje degenerovanou funkci:

$$[\lambda x \lambda y [{}^0 + y x] {}^0 1] = [\lambda y [{}^0 + y {}^0 1]], \text{ ale}$$

$$[\lambda x \lambda y [^0 + y x] [^0 : ^0 5 ^0 0]] \neq [\lambda y [^0 + y [^0 : ^0 5 ^0 0]]]$$

**Shrnutí:** Obecně můžeme říci, že *významem empirických* výrazů jsou *konstrukce / pojmy intenzí*. *Pojmové postoje* k objektům vyjádřeným empirickými výrazy jsou *postoje k intenzím*, tedy jsou to vztahy agenta k intenzi, tj. objekty typu  $(\alpha \text{ t } \alpha_{\tau\omega})_{\tau\omega}$ . Jde o *intensionální kontexty*.

Věty vyjadřující pojmové postoje jsou většinou nejednoznačné. V případě *de dicto* čtení se vyskytuje pojem / konstrukce intence, ke které má agent **A** vztah **V** v supozici *de dicto*, v případě *de re* čtení v supozici *de re*.

**Schéma** analýzy *de dicto* (DD) a *de re* (DR):

a) (DD):  $\lambda w \lambda t [ \mathbf{V}_{wt} \mathbf{A} \lambda w^* \lambda t^* [ \dots \text{Int} \dots ] ]$

b) (DR):  $\lambda w \lambda t [ \lambda x [ \mathbf{V}_{wt} \mathbf{A} \lambda w^* \lambda t^* [ \dots x \dots ] ] \lambda w' \lambda t' [ \dots \text{Int} \dots ]_{wt} ]$

V případě *de re nelze použít korektně pravidlo  $\beta$ -redukce*, pokud konstrukce hodnoty intence  $\lambda w' \lambda t' [ \dots \text{Int} \dots ]_{wt}$  může být *v*-nevlastní.

Zbývá provést analýzu příkladů (9) – (11):

(9) *Karel se chce oženit s blondýnkou.*

(10) *Karel hledá vraha svého otce.*

(11) *Karel našel vraha svého otce.*

Všechny tyto věty mají dvojí čtení, a to, jak již víme, *de dicto* a *de re*.

#### A. *de dicto* čtení

První případ je opět jednodušší. Karel nemá na mysli žádnou určitou osobu, prostě se mu jen líbí blondýnky, a neví třeba ani s jistotou, zda byl jeho otec zavražděn. Tedy:

a) Typová analýza: *ChceOzenit* /  $(\alpha \text{ t } (\alpha \text{ t})_{\tau\omega})_{\tau\omega}$ , *Blond* /  $(\alpha \text{ t})_{\tau\omega}$ , *Otec* /  $(\text{t t})_{\tau\omega}$ , *Vrah* /  $(\text{t t})_{\tau\omega}$ , *Hleda* /  $(\alpha \text{ t } \text{t}_{\tau\omega})_{\tau\omega}$ , *Nalezl* /  $(\alpha \text{ t } \text{t}_{\tau\omega})_{\tau\omega}$ ,  $[\lambda w \lambda t [^0 \text{Vrah}_{wt} [^0 \text{Otec}_{wt} ^0 \text{Karel}]]] \rightarrow \text{t}_{\tau\omega}$ .

b) Syntéza:

(9d)  $\lambda w \lambda t [^0 \text{ChceOzenit}_{wt} ^0 \text{Karel} ^0 \text{Blond}]$

(10d)  $\lambda w \lambda t [^0 \text{Hleda}_{wt} ^0 \text{Karel} [ \lambda w \lambda t [^0 \text{Vrah}_{wt} [^0 \text{Otec}_{wt} ^0 \text{Karel}]] ] ]$

(11d)  $\lambda w \lambda t [^0 \text{Nalezl}_{wt} ^0 \text{Karel} [ \lambda w \lambda t [^0 \text{Vrah}_{wt} [^0 \text{Otec}_{wt} ^0 \text{Karel}]] ] ]$

Zde ovšem opět narážíme na problém *zjemnění analýzy*. Ve větě (9) jsou dva smysluplné podvýrazy *chce* a *oženit*. Analýza by jim měla přiřadit samostatné konstrukce, a teprve jejich kompozicí dostaneme vztah Karla k vlastnosti *být blond*. Avšak Karel se jistě nemůže oženit s vlastností! Musíme tedy podrobit intenzi / vlastnost intensionálnímu sestupu (*vzhledem k perspektivě Karla*). Avšak to stále ještě nestačí, protože obdržíme *množinu* („populaci blondýnek“ v tom stavu světa, kdy by Karel chtěl použít kritérium „být blondýnkou“) a Karel se nemůže oženit ani s množinou. V tomto případě musí analýza *nabídnout* jistá možná *zpresnění* věty (9):

První možností je formulace a) *Karel chce, aby existovala blondýnka, se kterou bude ženat*, druhou možností je b) *Karel chce, aby byl ženat s nějakou (jakoukoli) blondýnkou*.

Typová analýza: *Zenat* /  $(\alpha \text{ t})_{\tau\omega}$ , *Nejaky* /  $(\text{t } (\alpha \text{ t})_{\tau\omega})_{\tau\omega}$ ,  $x \rightarrow \text{t}$ .

(9da)  $\lambda w \lambda t [^0 \text{Chce}_{wt}^P ^0 \text{Karel} \lambda w \lambda t [ \exists x [^0 \text{Blond}_{wt} x] \wedge [^0 \text{Zenat}_{wt} ^0 \text{Karel} x]] ]$



(9db)  $\lambda_w \lambda_t [{}^0\text{Chce}_{wt} {}^0\text{Karel} \lambda_w \lambda_t [{}^0\text{Zenat}_{wt} {}^0\text{Karel} [{}^0\text{Nejaky}_{wt} {}^0\text{Blond}]] ]$

Všimněme si, že v obou případech je konstrukce vlastnosti Blond užita způsobem *de dicto*. Karlovi opravdu nejde o určitou osobu, ale pouze o „blondýnkovitost“ (prostě blondýnkovitost musí být rekvizitou jeho nevěsty). Pochybnosti však vzbuzuje použití empirické funkce Nejaky /  $(1 (01)_{\tau_0})_{\tau_0}$ . Tato funkce vybírá v daném stavu světa na základě vlastnosti nějaké individuum (a tak vytváří po aplikaci na určitou vlastnost novou individuovou roli:  $\lambda_w \lambda_t [{}^0\text{Nejaky}_{wt} {}^0\text{Blond}] \rightarrow 1_{\tau_0}$ ). Argumentem této funkce je *vlastnost* a ne pouze její populace, tedy náš Karel by se mohl chtít oženit např. s nějakým jednorožcem. Skutečnost, že populace jednorožců je v našem aktuálním světě prázdná, zde nehraje žádnou roli. Ovšem Karel se nechce oženit s určitou blondýnkou, ale s *nějakou*, a je mu zcela jedno jakou. Tedy naše „funkce“ je sémanticky naprosto neurčitá a nedovedeme o ní nic dalšího říci. Které individuum funkce Nejaky vybere? To, které by Karel rád pojal za ženu? Ale takové individuum neexistuje, Karlovi nezáleží na tom, která blondýnka to bude. Proto zřejmě takovýto postup není zcela korektní a budeme raději volit analýzu s existenčním kvantifikátorem, i když je to analýza (ekvivalentní) reformulace naší věty.

Skutečnost, že *hledání* není v tomto případě vztah k individuu, ale k úřadu, je zřejmá. Vždyť hledat něco znamená chtít něco zjistit. Ovšem identita individua je předem dána, známa. Kdyby to byl vztah k individuu, bylo by hledání ihned zároveň nalezením. Navíc, v popsané situaci nemusí onen vrah vůbec existovat. Tedy

***hledat je vztah k úřadu U*** (v našem případě úřadu vraha Karlova otce) a znamená ***chtít zjistit, kdo / co zastává úřad U***.

Pochybnosti by mohla vyvolat rovněž analýza věty o *nalezení*. Čtenář by si mohl říci, že jestliže Karel našel vraha svého otce, pak našel určité individuum, v tomto případě osobu. Nejde tedy o *de re* vztah k individuu (podobně jako např. „kopnout“, „políbit“)? Jednoduchá úvaha nás přesvědčí o tom, že tomu tak není. Použijeme opět dva principy, které by musely platit v případě *de re*: Provedeme tedy

- a) test na existenční presupozici a
- b) test na zaměnitelnost koreferenčním výrazem.

Ad b) Pokud Karel hledal vraha svého otce a v tomto úsilí uspěl či neuspěl, tedy našel či nenalezl onoho vraha, a vrah je např. Karlův zahradník, pak by jistě nesouhlasil s tím, že (ne)nalezl svého zahradníka! (Vždyť jej vůbec nehledal.)

Ad a) Pokud Karel ve svém úsilí uspěje a vraha nalezne, pak samozřejmě musí tento vrah existovat. Znamená to, že věta o nalezení má existenční presupozici? Ovšem, že ne. Karel může odpovídat na otázku, zda našel onoho vraha, *záporně*, a to zcela pravdivě, ve třech různých situacích. Za první, stále ještě hledá a *neví* tedy jistě, zda vrah existuje, či ne. Za druhé, ukončil hledání (neúspěšně) a opět *neví* jistě, zda vrah vůbec existoval (a byl tak „šikovný“, že se mu jej nepodařilo nalézt), či ne. Za třetí, Karel ukončil hledání neúspěšně, protože zjistil, že jeho otec nebyl vůbec zavražděn. Ve všech těchto situacích odpovídal *pravdivě, že nenalezl*. Přitom však kdyby náhodou dodatečně zjistil, že vrah opravdu neexistoval a nalezení by mělo být vztahem *de re* (k osobě), pak by všechny jeho záporné výpovědi neměly pravdivostní hodnotu, což je jistě absurdní.

## **B. *de re* čtení**

Rozebereme nyní poněkud složitější situaci, a to *de re* čtení vět (9), (10), (11). Popíšeme nejprve přesněji, o jaké situace se jedná. V případě věty (9) jde o to, že existuje nějaká blondýnka, se kterou se chce Karel oženit.

$$(9r) \quad \lambda w \lambda t [\exists x [[{}^0\text{Blond}_{wt} x] \wedge [{}^0\text{Chce}_{wt}^P {}^0\text{Karel } \lambda w \lambda t [{}^0\text{Zenat}_{wt} {}^0\text{Karel } x]]]]$$

Jak je tomu s hledáním a nalézáním? Situace, kterou bychom charakterizovali jako „*de re* situace“, vypadá následovně: Je známo, *kdo* je vrah, a především to *ví* ten, kdo o této situaci vypovídá. Co tedy chce Karel zjistit, co hledá? Zřejmě chce zjistit, *kde* se nachází onen vrah. Jde o stejné hledání jako např. ve větě *Karel hledá Petra*. Vždyť je-li např. Petr vrah Karlova otce, pak věta (10) by měla být při tomto čtení ekvivalentní větě *Karel hledá Petra*, to znamená, že chce zjistit, kde se Petr nachází. Všimněme si, že v tomto případě věta vyjadřuje postoj k individuu, ovšem vlastní hledání je opět vztah k úřadu, tentokrát však ne k *individuovému* úřadu. K jakému úřadu má tedy nyní Karel vztah?

Nejprve musíme zkonstruovat úřad *Umístění (lokality) určitého individua*. Označme jako M určité místo na Zemi. Jaký bude typ objektu M? Může to být např. (spojitá) množina 3D-souřadnic daného bodu vzhledem ke středu Země – (στττ), nebo nějaký jiný metrický údaj. Ponechme stranou bližší zkoumání typu M a označme tento typ prostě jako μ. Hledání jakožto postoj k individuu bude tedy vztah k μ-úřadu. Tento μ-úřad zkonstruujeme kompozicí empirické funkce L(okality něčeho) / (μ ι)<sub>τω</sub>, která přiřadí v daném stavu světa danému individuu jeho umístění M a daného individua I: [λwλt [{}^0L<sub>wt</sub> {}^0I]] → μ<sub>τω</sub>. Hledání<sup>L</sup> jakožto postoj k individuu bude označovat vztah k tomuto úřadu, tedy

$$\text{Hleda}^L / (\text{o } \iota \mu_{\tau\omega})_{\tau\omega}$$

Analýza věty

*Karel hledá Petra*

bude

$$\lambda w \lambda t [{}^0\text{Hleda}^L_{wt} {}^0\text{Karel } \lambda w \lambda t [{}^0L_{wt} {}^0\text{Petr}]]$$

Nyní potřebujeme analyzovat hledání (ve smyslu „lokalizace“) vraha Karlova otce. Zdálo by se, že to je jednoduché: Místo konstrukce μ-úřadu „lokalita Petra“ dosadíme výše konstrukci μ-úřadu „lokalita vraha ...“: λwλt [{}^0L<sub>wt</sub> [λwλt [{}^0Vrah<sub>wt</sub> [{}^0Otec<sub>wt</sub> {}^0Karel]]]]<sub>wt</sub>].

První pokus o analýzu *de re* čtení věty (10) by mohl být:

$$(10^?) \quad \lambda w \lambda t [{}^0\text{Hleda}^L_{wt} {}^0\text{Karel } \lambda w \lambda t [{}^0L_{wt} [\lambda w \lambda t [{}^0\text{Vrah}_{wt} [{}^0\text{Otec}_{wt} {}^0\text{Karel}]]]]_{wt}]$$

Ovšem snadno se přesvědčíme (přejmenováním proměnných), že úřad vraha Karlova otce je v (10<sup>?</sup>) použit v supozici *de dicto*!

$$(10^{??}) \quad \lambda w \lambda t [{}^0\text{Hleda}^L_{wt} {}^0\text{Karel } \lambda w_1 \lambda t_1 [{}^0L_{w_1 t_1} [\lambda w_2 \lambda t_2 [{}^0\text{Vrah}_{w_2 t_2} [{}^0\text{Otec}_{w_2 t_2} {}^0\text{Karel}]]]]_{w_1 t_1}]$$

Tato analýza odpovídá situaci, kdy Karel chce zjistit, *kdo* je vrah a *kde* se nachází.

Chceme-li vytvořit konstrukci pravdivostních podmínek pro opravdu „*de re* situaci“, kdy Karel ví, kdo je vrah a chce pouze zjistit, kde se nachází, použijeme opět parafrázi věty do pasíva:

$$(10_{pas}) \quad \text{Vrah Karlova otce (ta určitá osoba) je ten, kdo je hledán.}$$

Jinými slovy, vrah Karlova otce má tu vlastnost (Lok), že Karel chce zjistit *kde* se nachází ( $x \rightarrow \iota$ ):

$$\text{Lok: } \lambda w \lambda t \lambda x [{}^0\text{Hleda}^L_{wt} {}^0\text{Karel } \lambda w_1 \lambda t_1 [{}^0L_{w_1 t_1} x]]$$

Vlastnost Lok musíme nyní aplikovat na toho, kdo hraje (aktuálně, tedy ve *w, t*) roli vraha Karlova otce:

$$(10r) \quad \lambda w \lambda t [[\lambda w \lambda t \lambda x [{}^0\text{Hleda}^L_{wt} {}^0\text{Karel } \lambda w_1 \lambda t_1 [{}^0L_{w_1 t_1} x]]]_{wt} [\lambda w_2 \lambda t_2 [{}^0\text{Vrah}_{w_2 t_2} [{}^0\text{Otec}_{w_2 t_2} {}^0\text{Karel}]]]]_{wt}], \text{ neboli (po } \beta_i\text{-redukci)}$$

(10r<sup>c</sup>)  $\lambda_w \lambda_t [\lambda_x [{}^0\text{Hleda}^L_{wt} \text{}^0\text{Karel} \lambda_{w_1} \lambda_{t_1} [{}^0\text{L}_{w_1 t_1} x]] [\lambda_{w_2} \lambda_{t_2} [{}^0\text{Vrah}_{w_2 t_2} [{}^0\text{Otec}_{w_2 t_2} \text{}^0\text{Karel}]]]]_{wt}$

(Čti: Vrah Karlova otce patří do třídy těch, kdo jsou aktuálně hledáni Karlem.)

Nyní je již pojem vraha Karlova otce v supozici *de re* a analýza odpovídá situaci, kterou jsme popsali. Všimněme si ještě, že další (obecnou)  $\beta$ -redukcí již dle tvrzení (Definice 8) nemůžeme provést, neboť tento pojem může být prázdný. I když víme, že aktuálně prázdný v dané situaci není, věta má existenční presupozici, kterou bychom další  $\beta$ -redukcí (vtažením do *de dicto* kontextu) narušili.

Zbývá doplnit analýzu *de re* čtení věty (11): **Nalezl<sup>L</sup> / (o  $\iota$   $\mu_{\tau\omega}$ ) $\tau\omega$** .

(11r)  $\lambda_w \lambda_t [\lambda_x [{}^0\text{Nalezl}^L_{wt} \text{}^0\text{Karel} \lambda_{w_1} \lambda_{t_1} [{}^0\text{L}_{w_1 t_1} x]] [\lambda_{w_2} \lambda_{t_2} [{}^0\text{Vrah}_{w_2 t_2} [{}^0\text{Otec}_{w_2 t_2} \text{}^0\text{Karel}]]]]_{wt}$ .

**Shrnutí:** Věty o *hledání* a (ne/nalezení (*po předchozím hledání*)) označují vztah k úřadu, v případě (ne/nalezení k tomu úřadu, ke kterému měl agent vztah při hledání.

Šlo-li o postoj k individuu (*de re*), pak jde o  $\mu$ -úřad /  $\mu_{\tau\omega}$ . Obecně jde o vztah k  $\alpha$ -úřadu /  $\alpha_{\tau\omega}$  (nejčastěji však  $\iota_{\tau\omega}$ ).

V případě úspěchu při hledání, tj. nalezení, nastává „existential commitment“ (jakási „post-supozice“): Nyní víme, že onen úřad je obsazen.

Za zmínku stojí ještě jeden možný význam slova *nalézt*, kdy půjde opravdu o vztah k individuu. Je to **náhodné nalezení bez předchozího hledání**. V tom případě jde o vztah typu  $(O \iota)_{\tau\omega}$ .

## Propoziční postoje (neboli domněnkové věty)

*Karel věří, že  $2 + 3 = 6$ ,*

*Karel ví, že aritmetika není rekurzivně axiomatizovatelná,*

*Karel pochybuje, že americký prezident je moudrý,*

apod.,

## Modality

Rozlišíme tři druhy **nutnosti** – N.

1. **Analytická (logická) nutnost**
2. „**Nomická**“ **nutnost** (přírodní zákony)
3. „**Běžná**“ **nutnost** (ve smyslu běžného použití *nutně, určitě*)

Ve všech případech budeme definovat **možnost M** pomocí:  $M(A) \Leftrightarrow \neg N(\neg A)$

*Je možné, že A  $\Leftrightarrow$  Není nutné, že ne A*

### Ad 1. Analytická (logická) nutnost :

Tvrzení A je nutně (analyticky) pravdivé, právě když je pravdivé za všech „okolností“, tedy propozice konstruovaná významem  $P^A$  tvrzení A je pravdivá ve všech možných světech a časech:

$$N(P^A) \Leftrightarrow \forall w \forall t [P^A_{wt}] \rightarrow o$$

Všimněme si, že (nutná) propozice TRUE, pravdivá ve všech světech a časech je pouze *jedna*, ovšem tato nutná propozice může být konstruována nekonečně mnoha způsoby.

$$M(P^A) \Leftrightarrow \neg N(\neg P^A) \Leftrightarrow \exists w \exists t [P^A_{wt}]$$

Příklady:

Nutně,  $9 > 7$ .  $\forall w \forall t [{}^0 > {}^0 9 {}^0 7]$   
 Počet planet je 9.  $\lambda w \lambda t [{}^0 \text{Pocet } {}^0 \text{Planet}_{wt}] = {}^0 9]$  Počet /  $(\tau (o_1))$ , Planet /  $(o_1)_{\tau o}$

**Neplatí**, že nutně je počet planet  $> 7$ .

Analyzujte: *Nejoblíbenější propozice Alberta Einsteina je nutná.*

- Velryba je savec (rekvizity – nutně)
  - Empirické věty – možná pravdivé (ne nutně)
  - Proč jsou věty jako  
 „Žádný starý mládenec není ženatý“,  
 „velryba je savec“,  
 „Pegas je okřídlený kůň“,  
 „žádný kůň nemá křídla“ nutně (analyticky) pravdivé, jak to dokážeme?:  
**Lingvistická definice, idiomy, co „vyplývá z pojmu“**  
 (udělat *adjektiva* /  $((o_1)(o_1)_{\tau o})_{\tau o}$  )
  - **Dicto – re modality**: Nutně, president USA je president. (Pravda nutně)  
 President USA by nemusel být presidentem.  
 (Pravda – „skoro nutně“)
- Nutně, dřevěné stoly jsou dřevěné. (True - logical)  
 Dřevěné stoly nejsou nutně dřevěné. (True –logical true)
- **Dicto – re temporality**: Můj soused je často nemocen (dvojí čtení *dicto / re*)

**Ad 2. Nomická nutnost**) : Přírodní zákony

*Ve vzduchoprázdnu padají tělesa k zemi se zrychlením g.*

**Všechny přírodní zákony jsou empirické – neplatí logicky nutně.**

Ovšem v „našem“ aktuálním světě platí eternálně, „od věky věkův“, „nutně vzhledem k času“, tedy **vždy**:

$$\text{Nutně}(Z) =_{\text{df}} \lambda w \forall t [Z_{wt}] \rightarrow (o\omega)$$

**Každý přírodní zákon vymezuje třídu možných světů, ve kterých platí.**  
 (Kripkova dosažitelnost)

Možné („nomický“) = neodporuje přírodním zákonům:

$$\text{Možné}(Z) =_{\text{df}} \neg \text{Nutně}(\neg Z) = \lambda w \exists t [Z_{wt}]$$

@ vymyslet nějaký přírodní zákon a analyzovat:

*Kámen hozený do vody klesá.*

$$\lambda w \forall t \forall x [ [{}^0 \text{Kamen}_{wt} x] \wedge [{}^0 \text{HV}_{wt} x] ] \supset [{}^0 \text{KL}_{wt} x] ] \rightarrow (o\omega)$$

*Karel hozený do vody klesá.*

$\lambda_w \forall t [[{}^0HV_w {}^0Karel] \supset [{}^0KL_w {}^0Karel]] - \text{vždy Pravdivá podle přírodního zákona} \rightarrow (o\omega)$

**Pozor:** Fixujeme-li čas, pak je věta rovněž vždy pravdivá či nepravdivá, ale není to přírodní zákon!

*Marie Duží přednáší PLAJ 27.11. v 9:00 – 10:30.*

Pokud je to pravda, pak je to pravda „eternálně“, „nutně“, ale žádný přírodní zákon to nepřikazuje:

$\lambda_w \lambda t [[t = 27.11. 9:00 - 10:30] \supset [{}^0Predn_w {}^0MD]] \rightarrow (o\omega).$

Aby to byl přírodní zákon, musela by uvedená podmínka platit *pro všechna individua*.

**Aktuální svět: Nemůžeme nikdy znát a nemá smyslu použít konstantu pro aktuální možný svět (fixovat aktuální svět):** Všechny empirické věty bychom pak analyzovali jako analyticky nutné.

$\lambda_w \lambda t [[w = W^A] \wedge [t = 27.11. 9:00 - 10:30]] \supset [{}^0Predn_w {}^0MD]] \rightarrow (o). !!!$

### **Ad 3. Běžná nutnost :**

*Marie Duží přednáší každý čtvrtek od 9:00 do 12:15.*

*27.11. je čtvrtek.*

Tedy \_\_\_\_\_

*Marie Duží **určitě** („nutně“) přednáší 27.11. od 9:00 do 12:15.*

*Je **možné**, že 27.11. po 12:15 Marie Duží již nepřednáší.*

**Tvrzení logicky vyplývá z nějaké množiny znalostí – epistémické logiky.**

**Definice:** Tvrzení C je *nutné* vzhledem k tvrzením  $C_1, \dots, C_n$ , jestliže  $C_1, \dots, C_n \models C$ .  
Tvrzení C je *možné* vzhledem k tvrzením  $C_1, \dots, C_n$ , jestliže není pravda, že  $C_1, \dots, C_n \models \neg C$ , tedy  $\{C_1, \dots, C_n, C\}$  je konzistentní, tj. C není v rozporu s  $\{C_1, \dots, C_n\}$ .

## Seznam definic

Definice 1: Jednoduchá teorie typů

Definice 2: Konstrukce

Definice 3: Rozvětvená hierarchie typů

Definice 4: Kvantifikátory

Definice 5: Epistémická báze, Intense vs. extense

Definice 6: Volné a vázané proměnné, otevřené a uzavřené konstrukce

Definice 7: Logická analýza

Definice 8: Pravidlo  $\beta$ -redukce

Definice 9: *De dicto* vs. *de re*

Definice 10: Logické vyplývání

Definice 11: Presupozice

Definice 12: Synonymní, homonymní, ekvivalentní a ko-referenční výrazy

Definice 13: Prázdné pojmy

Definice 14: Rekvisity a typické vlastnosti

Definice x: **Lingvistická a ontologická definice**

## Literatura:

[http://www.phil.muni.cz/fil/logika/til/constructions\\_duzi\\_materna.pdf](http://www.phil.muni.cz/fil/logika/til/constructions_duzi_materna.pdf)

<http://www.phil.muni.cz/fil/logika/til/>

<http://www.cs.vsb.cz/duzi> (odkazy: TIL, *De dicto / de re*, Principles of Logica Analysis)

Pavel Tichý: *The Foundations of Frege's Logic*. De Gruyter, 1988.

Pavel Materna: *Concepts and Objects*. Acta Philosophica Fennica, Vol. 63, 1998.

Pavel Tichý: *Constructions as the Subject Matter of Mathematics*. The Foundational Debate, pp. 175-185, 1995, Kluwer Academic Publisher, Netherlands. W. DePauli-Schimanovich et al. (eds.)