

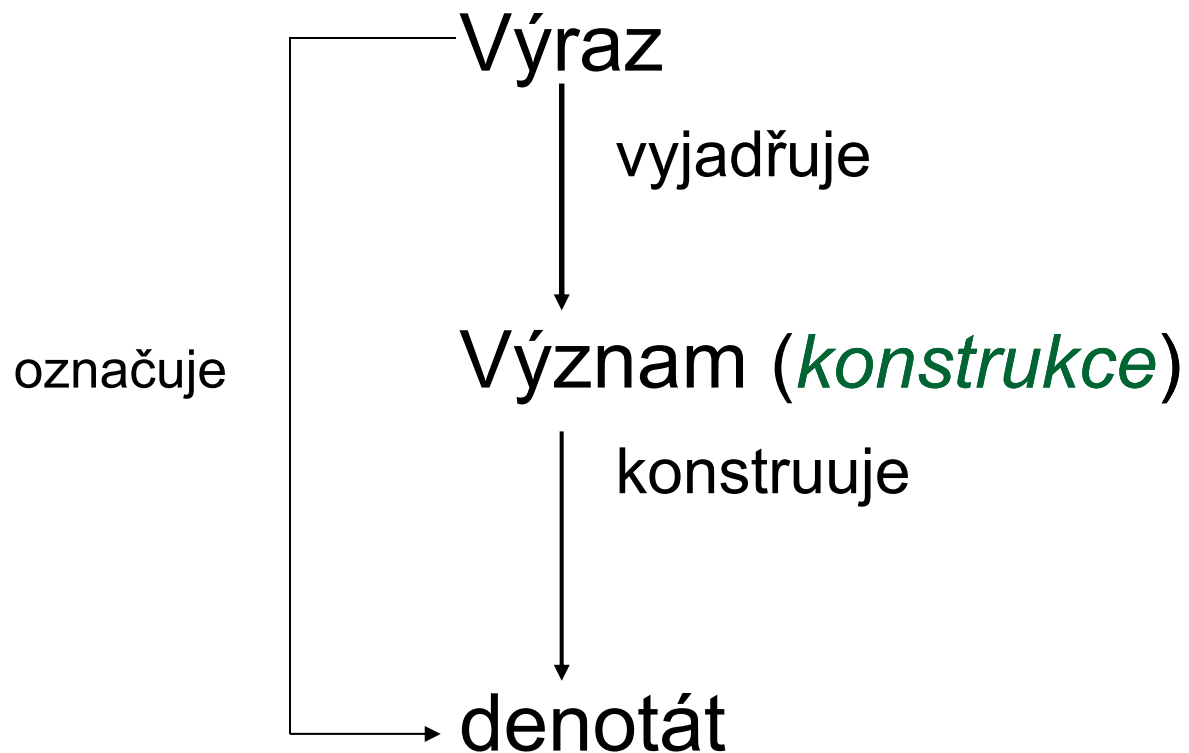
Intelligentní systémy (TIL)

Přednáška 3

Marie Duží

<http://www.cs.vsb.cz/duzi/>

Sémantické schéma



Ontologie TIL: rozvětvená hierarchie typů

Základní pojmy

■ Konstrukce

- Proměnné x, y, p, w, t, \dots
 - v -konstruují objekty příslušného typu
- Trivializace 0X dodá „pointer na“ objekt X
- Kompozice $[F A_1 \dots A_n]$
 - Aplikace funkce f (v -konstruované F) na n -ticový argument $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$ (v -konstruovaný A_1, \dots, A_n)
- Uzávěr $[\lambda x_1 \dots x_n X]$ konstrukce funkce f
- Provedení 1X , Dvojití provedení 2X

■ Jednoduchá teorie typů

- Báze: $\{0, \iota, \tau, \omega\}$
 - Funkcionální typy: $(\alpha\beta_1\dots\beta_n)$
 - *Parciální funkce* $(\beta_1 \times \dots \times \beta_n) \rightarrow \alpha$
-

Základní pojmy

- Denotát chápeme vždy jako funkci, včetně nulárních funkcí (atomické entity jako čísla, individua)
 - Denotát může být:
 - (PWS-)intense: $(\alpha\omega)$, nejčastěji $((\alpha\tau)\omega)$, zkráceně $\alpha_{\tau\omega}$
 - Extense: funkce, jejíž doména *není* ω
 - Konstrukce
 - **nic** (parcialita)
 - Typické *extense*:
 - Množiny jsou extense typu $(o\alpha)$
 - Relace jsou extense typu $(o\alpha\beta)$
 - Typické *intense*:
 - Vlastnosti individuí/ $(o\iota)_{\tau\omega}$, individuové úřady (role)/ $\iota_{\tau\omega}$, propozice/ $o_{\tau\omega}$, vztahy mezi individui/ $(o\iota\iota)_{\tau\omega}$, atributy/ $(\alpha\beta)_{\tau\omega}$...
-

Základní pojmy, notace

- **Výrokově-logické spojky** implikace (\supset), konjunkce (\wedge), disjunkce (\vee) a ekvivalence (\equiv) jsou funkce typu **(ooo)**, negace (\neg) je typu **(oo)**.
 - Pro spojky užíváme infixní notaci bez Trivializace.
 - Tak např. místo $[^0\wedge [^0\supset p q] [^0\neg q]]$ můžeme psát $[[p \supset q] \wedge \neg q]$.
- Pro **α -identity**, tj. relace $=_{\alpha}/(o\alpha\alpha)$, budeme rovněž používat infixní notaci bez vyznačení indexu typu α .
 - Např. necht' $=_i/(o11)$ je identita individuí, $=_{((o\tau)\omega)}/(oo_{\tau\omega}o_{\tau\omega})$ identita propozic; $a, b \rightarrow_v i$, $P \rightarrow_v (oi)_{\tau\omega}$. Pak místo
 - $[^0\supset [^0=_i a b] [^0=_{((o\tau)\omega)} [\lambda w\lambda t [P_{wt} a]] [\lambda w\lambda t [P_{wt} b]]]]$ budeme většinou psát prostě $[[a = b] \supset [\lambda w\lambda t [P_{wt} a] = \lambda w\lambda t [P_{wt} b]]]$.

Základní pojmy, notace

■ Kvantifikátory (totální polymorfní funkce):

$$\forall^\alpha, \exists^\alpha / (\mathbf{o}(\mathbf{o}\alpha)).$$

- Je-li $x \rightarrow_v \alpha$, $B \rightarrow_v \mathbf{o}$, tedy $\lambda x B(x) \rightarrow_v (\mathbf{o}\alpha)$, pak
- $[^0\forall^\alpha \lambda x B(x)]$ konstruuje **T**, pokud $\lambda x B(x)$ konstruuje celý typ α , jinak **F**,
- $[^0\exists^\alpha \lambda x B(x)]$ konstruuje **T**, pokud $\lambda x B(x)$ konstruuje neprázdnou množinu prvků typu α , jinak **F**.
- Notace: $\forall x B(x)$, $\exists x B(x)$

■ Singularizátory (parciální polymorfní funkce):

$$\mathbf{l}^\alpha / (\alpha(\mathbf{o}\alpha)).$$

- $[^0\mathbf{l}^\alpha \lambda x B(x)]$ konstruuje **jediný α -prvek** množiny konstruované $\lambda x B(x)$, pokud je to jednoprvková množina (singleton), jinak **nedefinován**.
 - Notace: $\iota x B(x)$ čteme „to jediné x , že B “
-

Rozvětvená teorie typů

T_1 (typy řádu 1) – neprocedurální objekty, jednoduchá teorie typů

C_n (konstrukce řádu n)

Nechť x je proměnná, která v -konstruuje objekty typu řádu n . Pak x je *konstrukce řádu n nad B* .

- Nechť X je prvek typu řádu n . Pak ${}^0X, {}^1X, {}^2X$ jsou *konstrukce řádu n nad B* .
- Nechť X, X_1, \dots, X_m ($m > 0$) jsou konstrukce řádu n nad B . Pak
- $[X X_1 \dots X_m]$ je *konstrukce řádu n nad B* .
- Nechť x_1, \dots, x_m, X ($m > 0$) jsou konstrukce řádu n nad B . Pak $[\lambda x_1 \dots x_m X]$ je *konstrukce řádu n nad B* .
- Nic jiného ...

T_{n+1} (typy řádu $n + 1$)

Nechť $*_n$ je kolekce všech konstrukcí řádu n nad B .

- $*_n$ a každý typ řádu n jsou *typy řádu $n + 1$ nad B* .
 - Jsou-li $\alpha, \beta_1, \dots, \beta_m$ ($m > 0$) typy řádu $n + 1$ nad B , pak $(\alpha \beta_1 \dots \beta_m)$, tj. kolekce parciálních funkcí, je *typ řádu $n + 1$ nad B* .
 - Nic jiného ...
-

Příklady, notace: $C/\alpha \rightarrow_v \beta$

- $0+/*_1 \rightarrow (\tau\tau\tau), x/*_1 \rightarrow_v \tau$
- $[0+ x^0 1]/*_1 \rightarrow_v \tau$
- $\lambda x [0+ x^0 1]/*_1 \rightarrow_v (\tau\tau)$ *funkce následníka*
- $[\lambda x [0+ x^0 1]^0 5]/*_1 \rightarrow_v \tau$ *číslo 6*
- $[0: x^0 0]/*_1 \rightarrow_v \tau$ *nic*
- $\lambda x [0: x^0 0]/*_1 \rightarrow_v (\tau\tau)$ *degenerovaná funkce*
- Necht' *Improper* je množina konstrukcí řádu 1, které jsou v -nevlastní pro každou valuaci v . Tedy *Improper* je extenzionální objekt typu $(0*_1)$, což je typ řádu 2.
 - Pak $[^0 Improper^0 [0: x^0 0]]/*_2 \rightarrow 0$ je prvek $*_2$, což je typ řádu 3, i když konstruuje pravdivostní hodnotu **P**, což je objekt typu řádu 1.

Příklady, notace: $C/\alpha \rightarrow_v \beta$

- Necht' *Aritmetic* je množina unárních aritmetických funkcí definovaných na přirozených číslech, tedy *Aritmetic* je objekt typu $(o(vv))$, a necht' proměnná $x \rightarrow_v v$, kde v je typ přirozených čísel.
 - Pak Kompozice $[^0Aritmetic [\lambda x [^0+ x ^01]]]$ patří do $*_1$, což je typ řádu 2, a konstruuje **P**, protože Uzávěr $[\lambda x [^0+ x ^01]]$ konstruuje unární funkci následníka, což je aritmetická funkce.
-

Příklady, notace: $C/\alpha \rightarrow_v \beta$

- Kompozice $[^0\textit{Aritmetic} \ ^2c]/*_3 \rightarrow_v \circ$ v -konstruuje pravdivostní hodnotu **P**, pokud proměnná $c/*_2 \rightarrow_v *_1$ v -konstruuje např. Uzávěr $[\lambda x [^0+ x \ ^01]]$.
 - Dvojí Provedení 2c v -konstruuje to, co je v -konstruováno tímto Uzávěrem, a to je aritmetická funkce následníka.
 - Kompozice $[^0\textit{Aritmetic} \ ^2c]$ je objekt patřící do $*_3$, což je typ řádu 4;
 - proměnná c v -konstruuje Uzávěr $[\lambda x [^0+ x \ ^01]]$ typu $*_1$, a proto c patří do $*_2$, což je typ řádu 3.
 - Dvojí provedení zvyšuje řád konstrukce, proto 2c je prvek typu $*_3$, což je typ řádu 4. Tedy celá Kompozice $[^0\textit{Aritmetic} \ ^2c]$ patří do $*_3$, typu řádu 4.
-

Empirické výrazy

- Empirické výrazy označují *netriviální (nekonstantní) intenze*
 - „francouzský král“, „prezident ČR“, „nejvyšší hora na světě“ *označují úřady typu $\iota_{\tau\omega}$, a **aktuálně referují** (v daném w a t) po řadě k ničemu, k Miloši Zemanovi a k Mount Everest.*
 - Predikáty jako „být studentem“, „být vysoký“, „být veselý“, „být 60 let starý“ *označují vlastnosti typu $(\text{oi})_{\tau\omega}$ a **referují** ke své populaci, tj. množině individuí, kteří jsou aktuálně studenty, vysokí, veselí a staří 60 let.*
 - Oznamovací věty jako „Praha je větší než Brno“ *označují* propozice typu $\text{o}_{\tau\omega}$ a *referují* k pravdivostní hodnotě (daná věta k **P**).
 - *Tedy uvedené výrazy jsou empirické v tom smyslu, že to, k čemu **referují** v daném stavu světa, je již **mimo oblast logické analýzy** a může být zjišťováno pouze empirickým zkoumáním stavu světa v daném čase.*
-

Analytické výrazy

- Analytické výrazy označují *extense* nebo *triviální (konstantní) intense*
 - Jejich extensi můžeme určit *pouze na základě porozumění*, bez zkoumání stavu světa.
 - Matematické a logické výrazy jsou analytické, označují *extense*
 - Výrazy, které obsahují empirické podvýrazy, jsou analytické, pokud označují *konstantní intense*. Tedy referovaný objekt je *analyticky nutně*, tj. ve všech *w* a *t* jeden a tentýž.
 - „*Žádný starý mládenec není ženatý*“
 - „*Velryby jsou savci*“
-

Omezené kvantifikátory

- Všichni studenti jsou chytrí.
- Někteří studenti jsou líní.

$\lambda w \lambda t \forall x [[{}^0\text{Student}_{wt} x] \supset [{}^0\text{Chytrý}_{wt} x]]$

$\lambda w \lambda t \exists x [[{}^0\text{Student}_{wt} x] \wedge [{}^0\text{Líný}_{wt} x]]$

Toto nejsou doslovné analýzy, odporují tzv. „Parmenidovu principu“ a naší metodě analýzy: věty nezmiňují \forall , \exists , \supset , \wedge .

- *All, Some, No, Most, ... / ((o(o1))(o1))*
- $[{}^0\text{All } M]$, kde $M \rightarrow_v (o1)$, v -konstruuje množinu všech nadmnožin množiny M
- $[{}^0\text{Some } M]$, kde $M \rightarrow_v (o1)$, v -konstruuje množinu všech těch množin, které mají neprázdný průnik s M
- $[{}^0\text{No } M]$, kde $M \rightarrow_v (o1)$, v -konstruuje množinu všech množin, které jsou disjunktní s M

$\lambda w \lambda t [[{}^0\text{All } {}^0\text{Student}_{wt}] {}^0\text{Chytrý}_{wt}]$

$\lambda w \lambda t [[{}^0\text{Some } {}^0\text{Student}_{wt}] {}^0\text{Líný}_{wt} x]$

Analytické výrazy

“No bachelor is married” \rightarrow TRUE

- Bachelor, Married/(oι)_{τω}; No/((o(oι))(oι))
 $\lambda w \lambda t \ [[^0\text{No } ^0\text{Bachelor}_{wt}] \ ^0\text{Married}_{wt}]$

Definujme a zjemňujme:

- $m, n / *_{\uparrow} \rightarrow_v (o\iota), x \rightarrow_v \iota$:
 $^0\text{No} = \lambda m \lambda n \neg \exists x \ [[m \ x] \wedge [n \ x]], \ [[^0\text{No } m] \ n] = \neg \exists x \ [[m \ x] \wedge [n \ x]]$.
- $^0\text{Bachelor} = \lambda w \lambda t \ \lambda x \ [\neg [^0\text{Married}_{wt} \ x] \wedge [^0\text{Man}_{wt} \ x]]$.
 - (být neženatý a být muž jsou *rekvizity* vlastnosti být starý mládenec)
- $[[^0\text{No } ^0\text{Bachelor}_{wt}] \ ^0\text{Married}_{wt}] =$
 $\neg \exists x \ [[^0\text{Bachelor}_{wt} \ x] \wedge [^0\text{Married}_{wt} \ x]] =$
 $\neg \exists x \ [\neg [^0\text{Married}_{wt} \ x] \wedge [^0\text{Man}_{wt} \ x] \wedge [^0\text{Married}_{wt} \ x]]$.
 - v -konstruuje \mathbf{T} pro libovolnou valuaci v , proto můžeme generalizovat:
- $\forall w \forall t \ \neg \exists x \ [\neg [^0\text{Married}_{wt} \ x] \wedge [^0\text{Man}_{wt} \ x] \wedge [^0\text{Married}_{wt} \ x]]$.

Analytické vs. empirické výrazy

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Nutně, } 8 > 5 \\ \text{Počet planet} = 8 \end{array}}{\text{Nutně, počet planet} > 5}$$

???

$\forall w \forall t [{}^0 > {}^0 8 {}^0 5]$ (analyticky nutně)
 $\lambda w \lambda t [[{}^0 \text{Počet} {}^0 \text{Planeta}_{wt}] = {}^0 8]$ (empiricky, náhodně)

$\lambda w \lambda t [{}^0 > [{}^0 \text{Počet} {}^0 \text{Planeta}_{wt}] {}^0 5]$ (empiricky, náhodně)

$\text{Počet}/(\tau(o_1))$: počet prvků množiny, $\text{Planeta}/(o_1)_{\tau\omega}$, $>$, $=/(\circ\tau\tau)$

Dk.:

- 1) $[{}^0 > {}^0 8 {}^0 5]$ 1. premisa, $\forall E$
- 2) $[[{}^0 \text{Počet}_{wt} {}^0 \text{Planet}_{wt}] = {}^0 8]$ 2. premisa, λE
- 3) $[{}^0 > [{}^0 \text{Počet}_{wt} {}^0 \text{Planet}_{wt}] {}^0 5]$ 1, 2 Leibniz
- 4) $\lambda w \lambda t [{}^0 > [{}^0 \text{Počet}_{wt} {}^0 \text{Planet}_{wt}] {}^0 5]$ 3, λI

Práce s parcialitou, v-nevlastní konstrukce

■ Chybné typování

- Jestliže X není konstrukce řádu n ($n \geq 1$), pak 1X je nevlastní;
- Jestliže X není konstrukce řádu n ($n \geq 2$), pak 2X je nevlastní;
- Jestliže X, X_1, \dots, X_n nejsou konstrukce vyhovující typově Definici, pak $[X X_1 \dots X_n]$ je nevlastní, nekonstruuje nic.
- Příklad: ${}^1Tom, {}^15, \lambda w \lambda t [{}^0Student_{wt} {}^05], {}^2[\lambda w \lambda t [{}^0Student_{wt} {}^0Tom]]$

■ Aplikace funkce f na argument a takový, že f je nedefinována na a

- $[{}^0: x {}^00]$ je v -nevlastní pro každou valuaci v
- $\lambda x [{}^0: x {}^00]$ není nevlastní, konstruuje degenerovanou funkci
- ${}^0[{}^0: x {}^00]$ není nevlastní, konstruuje $[{}^0: x {}^00]$
- $[{}^0Improper {}^0[{}^0: x {}^00]]$ konstruuje \mathbf{T}
 - $Improper/(o*_1)$: třída konstrukcí v -nevlastních pro každou valuaci v .

Parcialita a kompozicionalita

- „Jestliže pět děleno nulou je pět, pak Tom je papež“
 - označuje degenerovanou propozici, která je všude *nedefinována!*
 - $\lambda w \lambda t \text{ } [[[^0: \text{}^05 \text{}^00] = \text{}^05] \supset [^0Tom = \text{}^0Papež_{wt}]] \rightarrow o_{\tau\omega}$.
 - $0, 5/\tau; :/(\tau\tau\tau); Tom/\iota; Papež/\iota_{\tau\omega}; [^0: \text{}^05 \text{}^00] \rightarrow \tau; [[^0: \text{}^05 \text{}^00] = \text{}^05] \rightarrow o; \text{}^0Tom \rightarrow \iota; \text{}^0Papež_{wt} \rightarrow_v \iota; [^0Tom = \text{}^0Papež_{wt}] \rightarrow_v o; [[[^0: \text{}^05 \text{}^00] = \text{}^05] \supset [^0Tom = \text{}^0Papež_{wt}]] \rightarrow_v o$.
 - Relaci = není na co aplikovat, tedy spojka implikace neobdrží první argument, proto je celá Kompozice nevlastní, nekonstruuje nic. *Parcialita je propagována nahoru*. Uzávěr – degenerovaná propozice
-

Parcialita a kompozicionalita

- Pokud intuitivně cítíme, že danou větou chtěl mluvčí naznačit to, že není pravda, že pět děleno nulou je pět, tedy že věta by mohla být pravdivá, pak musíme analyzovat tuto větu:

„Jestliže je pravda, že pět děleno nulou je pět, pak Tom je papež“.

- $True^*/(o^*_n)$: třída těch konstrukcí, které v -konstruuují \mathbf{T} pro všechny valuace v .
- $[^0True^* \ ^0C]$ konstruuuje \mathbf{T} , právě když C v -konstruuuje \mathbf{T} pro libovolnou valuaci v , jinak \mathbf{F} .

$\lambda w \lambda t \ [[^0True^* \ ^0[[^0: \ ^05 \ ^00] = \ ^05]] \supset \ [^0Tom = \ ^0Papež_{wt}]]$
 $\rightarrow o_{\tau\omega}$ - konstruuuje propozici TRUE.

Věta je analyticky pravdivá

Parcialita a kompozicionalita

- $False^*/(o*_n)$ a $Improper^*/(o*_n)$ jsou třídy konstrukcí v -konstruujících \mathbf{F} resp. v -nevlastních pro všechny valuace v :
- $[^0True^*{}^0C] = \neg[^0False^*{}^0C] \wedge \neg[^0Improper^*{}^0C]$
- $[^0False^*{}^0C] = \neg[^0True^*{}^0C] \wedge \neg[^0Improper^*{}^0C]$
- $[^0Improper^*{}^0C] = \neg[^0True^*{}^0C] \wedge \neg[^0False^*{}^0C]$

Podobně budeme často potřebovat *vlastnosti propozic* ***True, False, Undefl*** $(oo_{\tau\omega})_{\tau\omega}$
